ÖNORM

EN ISO 20988

Ausgabe: 2007-09-01

Luftbeschaffenheit — Leitlinien zur Schätzung der Messunsicherheit

(ISO 20988:2007)

Air quality — Guidelines for estimating measurement uncertainty
(ISO 20988:2007)

Qualité de l'air — Lignes directrices pour estimer l'incertitude de mesure
(ISO 20988:2007)

Medieninhaber und Hersteller
ON Österreichisches Normungsinstitut
Austrian Standards Institute
Heinestraße 38, 1020 Wien

Verkauf von in- und ausländischen Normen und Regelwerken durch
ON Österreichisches Normungsinstitut
Austrian Standards Institute
Heinestraße 38, 1020 Wien
E-Mail: sales@on-norm.at
Internet: www.on-norm.at/shop
Fax: (+43 1) 213 00-818
Tel.: (+43 1) 213 00-805

ICS 13.040.01

Ident (IDT) mit ISO 20988:2007-06 (Übersetzung)
Ident (IDT) mit EN ISO 20988:2007-06

zuständig ON-Komitee ON-K 139
Luftreinhaltung

EUROPÄISCHE NORM

EUROPEAN STANDARD

NORME EUROPÉENNE

EN ISO 20988

Juni 2007

ICS 13.040.01

Deutsche Fassung

Luftbeschaffenheit - Leitlinien zur Schätzung der Messunsicherheit (ISO 20988:2007)

Air quality - Guidelines for estimating measurement uncertainty (ISO 20988:2007)

Qualité de l'air - Lignes directrices pour estimer l'incertitude de mesure (ISO 20988:2007)

Diese Europäische Norm wurde vom CEN am 9.Juni 2007 angenommen.

Die CEN-Mitglieder sind gehalten, die CEN/CENELEC-Geschäftsordnung zu erfüllen, in der die Bedingungen festgelegt sind, unter denen dieser Europäischen Norm ohne jede Änderung der Status einer nationalen Norm zu geben ist. Auf dem letzen Stand befindliche Listen dieser nationalen Normen mit ihren bibliographischen Angaben sind beim Management-Zentrum des CEN oder bei jedem CEN-Mitglied auf Anfrage erhältlich.

Diese Europäische Norm besteht in drei offiziellen Fassungen (Deutsch, Englisch, Französisch). Eine Fassung in einer anderen Sprache, die von einem CEN-Mitglied in eigener Verantwortung durch Übersetzung in seine Landessprache gemacht und dem Zentralsekretariat mitgeteilt worden ist, hat den gleichen Status wie die offiziellen Fassungen.

CEN-Mitglieder sind die nationalen Normungsinstitute von Belgien, Bulgarien, Dänemark, Deutschland, Estland, Finnland, Frankreich, Griechenland, Irland, Island, Italien, Lettland, Litauen, Luxemburg, Malta, den Niederlanden, Norwegen, Österreich, Polen, Portugal, Rumänien, Schweden, der Schweiz, der Slowakei, Slowenien, Spanien, der Tschechischen Republik, Ungarn, dem Vereinigten Königreich und Zypern.

EUROPÄISCHES KOMITEE FÜR NORMUNG
EUROPEAN COMMITTEE FOR STANDARDIZATION
COMITÉ EUROPÉEN DE NORMALISATION

Management-Zentrum: rue de Stassart, 36 B-1050 Brüssel

Ref. Nr. EN ISO 20988:2007 D

Inhalt

Vorwort

Dieses Dokument (EN ISO 20988:2007) wurde vom Technischen Komitee ISO/TC 146 „Air quality" in Zusammenarbeit mit dem Technischen Komitee CEN/TC 264 „Luftbeschaffenheit" erarbeitet, dessen Sekretariat vom DIN gehalten wird.

Diese Europäische Norm muss den Status einer nationalen Norm erhalten, entweder durch Veröffentlichung eines identischen Textes oder durch Anerkennung bis Dezember 2007, und etwaige entgegenstehende nationale Normen müssen bis Dezember 2007 zurückgezogen werden.

Entsprechend der CEN/CENELEC-Geschäftsordnung sind die nationalen Normungsinstitute der folgenden Länder gehalten, diese Europäische Norm zu übernehmen: Belgien, Bulgarien, Dänemark, Deutschland, Estland, Finnland, Frankreich, Griechenland, Irland, Island, Italien, Lettland, Litauen, Luxemburg, Malta, Niederlande, Norwegen, Österreich, Polen, Portugal, Rumänien, Schweden, Schweiz, Slowakei, Slowenien, Spanien, Tschechische Republik, Ungarn, Vereinigtes Königreich und Zypern.

Anerkennungsnotiz

Der Text von ISO 20988:2007 wurde vom CEN als EN ISO 20988:2007 ohne irgendeine Abänderung genehmigt.

Einleitung

Das allgemeine Konzept der Ermittlung der Messunsicherheit wird im *Leitfaden zur Angabe der Unsicherheit beim Messen* (GUM) beschrieben. Im Vordergrund der praktischen Anleitungen des GUM steht die Auswertung von Reihen unverfälschter Beobachtungen. Messungen der Luftbeschaffenheit können auf Grund von zufälligen Einflüssen, die sich in einer Beobachtungsreihe nicht ändern, nur selten als unverfälscht angesehen werden.

Diese Internationale Norm berücksichtigt bei der Ermittlung der Messunsicherheit zufällige Einflüsse, die zu einer Streuung oder systematischen Abweichung in einer Reihe von Beobachtungen führen. Geeignete Daten können mit geeigneten Experimenten ermittelt werden, die einen Vergleich mit Referenzmaterialien oder mit Referenzmesseinrichtungen oder mit unabhängigen Messungen desselben Typs erlauben. Bei der Bereitstellung von experimentellen Daten zur Unsicherheitsermittlung ist es wichtig, dass die Repräsentativität hinsichtlich der Streuungen und systematischen Abweichungen, die bei der vorgesehenen Anwendung des Messverfahrens auftreten, sichergestellt ist.

Die in dieser Internationalen Norm bereitgestellten allgemeinen Anleitungen und statistischen Verfahren richten sich an Fachleute, die mit Messungen der Luftbeschaffenheit vertraut sind und beispielsweise in der Normung, der Validierung oder der Dokumentation von Verfahren zur Messung der Außenluft, der Innenraumluft, der Emissionen aus stationären Quellen, der Luft am Arbeitsplatz und der Meteorologie tätig sind.

Diese Internationale Norm liefert keine umfassenden Informationen zur Planung und Durchführung von Experimenten, die zum Zwecke der Unsicherheitsermittlung auszuwerten sind.

Unsicherheiten von Messergebnissen, die auf einer unvollständigen zeitlichen Überdeckung der Messdaten beruhen, werden in diesem Dokument nicht behandelt. In diesem Zusammenhang wird auf ISO 11222 [2] verwiesen. Unsicherheiten von Messergebnissen, die durch unvollständige räumliche Überdeckung der Messdaten hervorgerufen werden, werden in diesem Dokument ebenfalls nicht behandelt.

1 Anwendungsbereich

Diese Internationale Norm stellt eine umfassende Anleitung und konkrete statistische Verfahren zur Ermittlung der Unsicherheit von Messungen der Luftbeschaffenheit bereit. Dies schließt Messungen der Außenluft, der Emissionen aus stationären Quellen, der Innenraumluft, der Luft am Arbeitsplatz und der Meteorologie ein. Diese Internationale Norm wendet die allgemeinen Empfehlungen des *Leitfadens zur Angabe der Unsicherheit beim Messen* (GUM) für die bei Messungen der Luftbeschaffenheit vorliegenden Randbedingungen an. Zu den betrachteten Randbedingungen gehören Messgrößen mit schnellen zeitlichen Änderungen und das Auftreten von systematischen Abweichungen in Beobachtungsreihen, die unter den Bedingungen der vorgesehenen Anwendung des Verfahrens zur Messung der Luftbeschaffenheit gewonnen werden.

Zu den betrachteten Messverfahren zählen

- Verfahren mit einer Korrektion bezüglich systematischer Einflüsse durch mehrmalige Beobachtung von Referenzmaterialien,
- Verfahren mit einer Kalibrierung auf der Basis von Vergleichsmessungen mit einem Referenzverfahren,
- Verfahren ohne Korrektion bezüglich systematischer Abweichungen, da sie auf Grund ihrer Gestaltung keine systematischen Abweichungen aufweisen, und
- Verfahren ohne Korrektion bezüglich systematischer Abweichungen bei der vorgesehenen Anwendung, bei denen die systematischen Abweichungen bewusst zugelassen werden.

Die experimentellen Daten zur Unsicherheitsermittlung können entweder durch ein einzelnes Experiment auf der Basis eines direkten Ansatzes oder durch Kombination verschiedener Experimente auf der Basis eines indirekten Ansatzes geliefert werden.

2 Normative Verweisungen

Die folgenden zitierten Dokumente sind für die Anwendung dieses Dokuments erforderlich. Bei datierten Verweisungen gilt nur die in Bezug genommene Ausgabe. Bei undatierten Verweisungen gilt die letzte Ausgabe des in Bezug genommenen Dokuments (einschließlich aller Änderungen).

ISO/IEC Guide 98:1995, *Guide to the Expression of Uncertainty in Measurement (GUM)*

3 Begriffe

3.1
Messunsicherheit
dem Messergebnis zugeordneter Parameter, der die Streuung der Werte kennzeichnet, die vernünftigerweise der Messgröße zugeordnet werden könnte

[ISO/IEC Guide 98:1995, B.2.18; VIM:1993, 3.9]

3.2
Standardunsicherheit
als Standardabweichung ausgedrückte Unsicherheit des Ergebnisses einer Messung

[ISO/IEC Guide 98:1995, 2.3.1]

ANMERKUNG Die Standardunsicherheit eines Messergebnisses ist ein Schätzwert für die Standardabweichung der Verteilung aller möglichen Messergebnisse, die mittels derselben Messmethode für die durch einen eindeutigen Wert gekennzeichnete Messgröße ermittelt werden können.

3.3
kombinierte Standardunsicherheit
Standardunsicherheit eines Messergebnisses, wenn dieses Ergebnis aus den Werten einer Anzahl anderer Größen gewonnen wird, welche gleich der positiven Quadratwurzel einer Summe von Gliedern ist, wobei die Glieder Varianzen oder Kovarianzen dieser anderen Größen sind, gewichtet danach, wie das Messergebnis mit Änderungen dieser Größen variiert

[ISO/IEC Guide 98:1995, 2.3.4]

ANMERKUNG Das Adjektiv „kombiniert" kann häufig ohne Verlust der Allgemeinheit weggelassen werden.

3.4
erweiterte Messunsicherheit
Kennwert, der einen Bereich $[y - U_p(y); y + U_p(y)]$ um das Messergebnis y kennzeichnet, von dem erwartet werden kann, dass er einen großen Anteil p der Verteilung der Werte umfasst, die der Messgröße vernünftigerweise zugeordnet werden könnten

ANMERKUNG 1 Abgeleitet aus ISO/IEC Guide 98:1995, 2.3.5.

ANMERKUNG 2 Wenn die Unsicherheit hauptsächlich durch Untersuchungen vom Typ A ermittelt wurde, kann das Intervall $[y - U_p(y); y + U_p(y)]$ als Vertrauensbereich des wahren Wertes der Messgröße für ein Vertrauensniveau von p angesehen werden.

ANMERKUNG 3 Das Intervall $[y - U_p(y); y + U_p(y)]$ kennzeichnet den Wertebereich, innerhalb dessen der wahre Wert der Messgröße mit großer Sicherheit liegt (siehe ISO/IEC Guide 98:1995, 2.2.4).

3.5
Erweiterungsfaktor
Zahlenfaktor, mit dem die kombinierte Standardunsicherheit multipliziert wird, um eine erweiterte Messunsicherheit zu erhalten

[ISO/IEC Guide 98:1995, 2.3.6]

3.6
Überdeckungswahrscheinlichkeit
Anteil von Messergebnissen, von dem erwartet wird, dass er von einem festgelegten Intervall überdeckt wird

3.7
Ermittlungsmethode A (der Messunsicherheit)
Methode zur Berechnung der Messunsicherheit durch statistische Analyse von Reihen von Beobachtungen

[ISO/IEC Guide 98:1995, 2.3.2]

3.8
Ermittlungsmethode B (der Messunsicherheit)
Methode zur Berechnung der Messunsicherheit mit anderen Mitteln als der statistischen Analyse von Reihen von Beobachtungen

[ISO/IEC Guide 98:1995, 2.3.3]

3.9
Standardabweichung
positive Quadratwurzel aus der Varianz

[ISO/IEC Guide 98:1995, C.2.12]

ANMERKUNG Im Allgemeinen wird die Standardabweichung der Verteilung einer Zufallsvariablen X durch die positive Quadratwurzel aus einem Schätzwert für die Varianz der Verteilung von X geschätzt.

3.10
empirische Standardabweichung
für eine Reihe von N Messungen derselben Messgröße die Größe $s(x)$, welche die Streuung der Ergebnisse charakterisiert und durch die Formel

$$s(x) = \sqrt{\sum_{j=1}^{N} \frac{\left(x(j) - \bar{x}\right)^2}{N-1}}$$

gegeben ist, wobei $x(j)$ das Ergebnis der j-ten Messung und $\bar{x}$ der arithmetische Mittelwert der N Ergebnisse ist

ANMERKUNG 1 Abgeleitet aus ISO/IEC Guide 98:1995, B.2.17.

ANMERKUNG 2 $s^2(x)$ ist ein unverfälschter Schätzwert für die Varianz $\sigma^2(X)$ der untersuchten Zufallsgröße X, falls die Reihe von Beobachtungen $x(j)$ mit j = 1 bis N keinen Bias enthält.

3.11
Varianz
Erwartungswert des Quadrats der zentrierten Zufallsgröße:

$$\sigma^2(X) = E\{[X - E(X)]^2\}$$

[ISO/IEC Guide 98:1995, C.2.11]

ANMERKUNG Die Varianz σ^2(X) der Verteilung einer Zufallsgröße X kann durch das Quadrat der empirischen Standardabweichung $s^2(x)$ einer einfachen Zufallsstichprobe von unbasierten Beobachtungen $x(j)$ mit j = 1 bis N der Zufallsgröße X geschätzt werden. Anderenfalls unterschätzt $s^2(x)$ die Varianz der Verteilung.

3.12
Kovarianz
Mittelwert des Produkts zweier zentrierter Zufallsgrößen in ihrer gemeinsamen Wahrscheinlichkeitsverteilung

ANMERKUNG 1 Abgeleitet aus ISO 3534-1:2006, 2.43.

ANMERKUNG 2 Die Kovarianz cov(x, y) ist eine Kenngröße der Stichprobe, die zur Schätzung der Kovarianz der Grundgesamtheiten von x und y verwendet wird.

3.13
Erwartungswert
Mittelwert
1) Für eine diskrete Zufallsgröße X, die die Werte x_i mit den Wahrscheinlichkeiten p_i annimmt, ist der Erwartungswert durch $E(X) = \Sigma\, p_i\, x_i$ definiert, wobei die Summierung über alle x_i zu erstrecken ist, die von X angenommen werden können.

2) Für eine stetige Zufallsgröße X mit der Wahrscheinlichkeitsdichte $f(x)$ ist der Erwartungswert durch $E(X) = \int x \cdot f(x) \cdot \mathrm{d}x$ definiert, wobei die Integration über den Gesamtbereich der Werte von X zu erstrecken ist.

[ISO/IEC Guide 98:1995, C.2.9]

3.14
Freiheitsgrade
ganz allgemein die Anzahl der Glieder einer Summe abzüglich der Anzahl der Nebenbedingungen, die für die Glieder dieser Summe gelten

[ISO/IEC Guide 98:1995, C.2.31]

ANMERKUNG Für den Schätzwert einer Varianz kann die (effektive) Anzahl der Freiheitsgrade als die Anzahl unabhängiger Informationen angesehen werden, die zur Ermittlung dieses Schätzwertes der Varianz verwendet wurden.

3.15
Messung
Gesamtheit der Tätigkeiten zur Ermittlung eines Größenwertes

[VIM:1993, 2.1]

3.16
Messergebnis
einer Messgröße zugeordneter, durch Messung gewonnener Wert

[VIM:1993, 3.1]

3.17
Empfindlichkeitskoeffizient
Abweichung des Messergebnisses geteilt durch die Abweichung der Einflussgröße, die die Änderung verursacht, wobei alle anderen Einflussgrößen konstant gehalten werden

3.18
Messgröße
spezielle Größe, die Gegenstand einer Messung ist

[VIM:1993, 2.6]

ANMERKUNG Es wird angenommen, dass die Messgröße zumindest für die Zeitdauer einer einzelnen Messung einen bestimmten Wert aufweist.

3.19
Messeinrichtung
Gesamtheit von Geräten und anderen Einrichtungen einschließlich der Bedienungsanweisungen zur Durchführung von festgelegten Luftbeschaffenheitsmessungen
[ISO 11222:2002, 3.9]

ANMERKUNG Eine Messeinrichtung ist eine technische Realisierung eines Messverfahrens. Die Dokumentation des Messverfahrens wird als Bestandteil der Messeinrichtung angesehen.

3.20
Referenzmaterial
RM
Material oder Substanz von ausreichender Homogenität, von dem bzw. der ein oder mehrere Merkmale so genau festgelegt sind, dass sie zur Kalibrierung und/oder Validierung einer Messeinrichtung verwendet werden können

ANMERKUNG 1 Abgeleitet aus VIM:1993, 6.13.

ANMERKUNG 2 Ein Referenzmaterial kann in reiner oder gemischter Form als Gas, Flüssigkeit oder Feststoff vorliegen.

3.21
systematischer Einfluss
Einfluss, der eine systematische Messabweichung verursacht, die gleich bleibend in jeder Reihe von Beobachtungen auftritt, die bei mehrmaliger oder gleichzeitiger Durchführung der Messung ermittelt werden

3.22
zufälliger Einfluss
Einfluss, der eine zufällige Streuung oder eine systematische Messabweichung mit einem zufälligen Wert (inkonsistente systematische Messabweichung) in einer Reihe von Beobachtungen verursacht, die bei mehrmaliger Durchführung der Messung ermittelt werden

ANMERKUNG Ein Einfluss, der bei mehrmaliger Durchführung der Messung einen festen, aber zufälligen Wert aufweist, verursacht eine systematische Messabweichung, deren Wert zufällig ist.

3.23
systematische Messabweichung
Bias
systematischer Anteil der Messabweichung eines Messgerätes

[VIM:1993, 5.25]

ANMERKUNG Eine systematische Messabweichung einer Reihe von Beobachtungen vom anerkannten Referenzwert kann entweder durch systematische Einflüsse oder durch zufällige Einflüsse, die einen (unbekannten) festen Beitrag zu den Werten einer Reihe von Beobachtungen liefern, verursacht werden.

3.24
Repräsentativität
Vermögen einer Reihe von Beobachtungen zur Bereitstellung eines unverfälschten Schätzwertes einer Kenngröße einer festgelegten statistischen Grundgesamtheit

3.25
Grundgesamtheit
Menge der betrachteten Elemente

[ISO 3534-1:2006, 1.1]

ANMERKUNG Die Grundgesamtheit ist die Menge aller möglichen Messergebnisse, die für eine bestimmte Messgröße mit allen möglichen Realisierungen des festgelegten Messverfahrens ermittelt werden können.

4 Symbole und Abkürzungen

a	Parameter (konstant)
b	Parameter (konstant)
c	Parameter (konstant)
c_i	Empfindlichkeitskoeffizient
$\mathrm{cov}(x_i, x_k)$	Schätzwert für die Kovarianz zwischen Eingangsgrößen x_i und x_k
$E(X)$	Erwartungswert der Zufallsgröße X
i	Index
j	Index
k	Index
k_p	Erweiterungsfaktor
K	Anzahl

L	Anzahl der Laboratorien
M	Anzahl
N	Anzahl
p	Überdeckungswahrscheinlichkeit; Vertrauensniveau
$\sigma(x)$	Standardabweichung der Verteilung einer Zufallsgröße X
$s(x)$	empirische Standardabweichung des Datensatzes $x(j)$ mit $j = 1$ bis N
$t(p, \nu)$	$(1-p)$-Quantil der Studentschen t-Verteilung mit ν Freiheitsgraden
u_B	durch eine systematische Messabweichung verursachte Messunsicherheit
$u(x_i)$	Standardunsicherheit des Eingangswertes x_i
$u(x_\mathrm{R})$	(kombinierte) Standardunsicherheit des Referenzwertes x_R
$u(y_\mathrm{R})$	(kombinierte) Standardunsicherheit des Referenzwertes y_R
$u(y_\mathrm{R}(j))$	(kombinierte) Standardunsicherheit des Referenzwertes $y_\mathrm{R}(j)$
$U_p(y)$	erweiterte Messunsicherheit eines Messergebnisses y für einen Überdeckungsgrad p
$\mathrm{var}(x_i)$	Schätzwert der Varianz der Eingangsgröße x_i
$\mathrm{var}(Y)$	Schätzwert der Varianz möglicher Messergebnisse Y
$\mathrm{var}(y)$	Schätzwert der Varianz der Messergebnisse $y(j)$ mit $j = 1$ bis N, die in einem direkten Ansatz beobachtet wurden
$w(y)$	relative Standardunsicherheit eines Messergebnisses y
$W_p(y)$	relative erweiterte Messunsicherheit eines Messergebnisses y für einen Überdeckungsgrad p
x_i	Eingangsgröße der Methodenmodellgleichung $y = f(x_1,\ldots,x_K)$
x_R	Referenzwert für die Eingangsgröße x
δX	mögliche Abweichung der Einflussgröße x
Y	mögliches Messergebnis, das bei unabhängiger Wiederholung der Messung, welche zur Erzielung des Messergebnisses y durchgeführt wurde, vernünftigerweise derselben Messgröße zugeordnet werden könnte
y	Messergebnis
y_R	anerkannter Wert des Referenzmaterials der Messgröße
$y_\mathrm{R}(i)$	Messergebnis, das mit einem Referenzmessverfahren erzielt wird
δY	mögliche Abweichung eines Messergebnisses y vom (unbekannten) wahren Wert der Messgröße, welche in den auszuwertenden Messdaten nicht implizit enthalten ist
γ	Vertrauensniveau

μ (unbekannter) wahrer Wert der Messgröße

ν Anzahl der Freiheitsgrade

ν_{eff} effektive Anzahl der Freiheitsgrade

$\chi^2(\gamma, \nu)$ γ-Perzentil der Chi-Quadrat-Verteilung mit ν Freiheitsgraden

5 Grundlagen

5.1 Übersicht

Das grundlegende Ziel dieser Internationalen Norm besteht darin, die Anwendung des *Leitfadens zur Angabe der Unsicherheit beim Messen* (GUM) in den verschiedenen Bereichen der Messung der Luftbeschaffenheit zu unterstützen. Dazu zählen Messungen der Außenluft, der Innenraumluft, der Meteorologie, der Emissionen aus stationären Quellen und der Luft am Arbeitsplatz. Es wird vorausgesetzt, dass Standardverfahren zur Messung der Luftbeschaffenheit vollständig dokumentiert sind, beispielsweise in Normen, Standardarbeitsanweisungen, Berichten über die Validierung oder anderen technischen Dokumenten.

Eine Dokumentation eines Messverfahrens sollte folgende Elemente beinhalten:

— Anweisungen zum vorgesehenen Gebrauch (Standardarbeitsanweisung),

— Anweisungen zur Korrektion systematischer Einflüsse, falls dies angebracht ist,

— Methodenmodellgleichung $y = f(x_1,..., x_K)$, falls das Messergebnis y mit Hilfe beobachteter oder anderweitig bekannter Eingangsgrößen x_i berechnet wird,

— Ergebnisse der Validierung des Messverfahrens, falls dies angebracht ist, und

— Anweisungen, wie Unsicherheitsparameter den Messergebnissen y zuzuordnen sind.

Der Schwerpunkt dieser Internationalen Norm liegt auf der Zuordnung geeigneter Unsicherheitsparameter zu den Messergebnissen, die mit Messmethoden zur Ermittlung der Luftbeschaffenheit erzielt werden. Die Ermittlung der Messunsicherheit erfolgt in fünf Schritten. Dazu gehören

— die Problembeschreibung (siehe Abschnitt 6),

— die statistische Analyse (siehe Abschnitt 7),

— die Schätzung der Varianzen und Kovarianzen (siehe Abschnitt 8),

— die Berechnung der Unsicherheitsparameter (siehe Abschnitt 9) und

— die Dokumentation (siehe Abschnitt 10).

Bild 1 zeigt den Zusammenhang zwischen dem 5-stufigen Verfahren dieser Internationalen Norm und den im GUM empfohlenen acht Stufen.

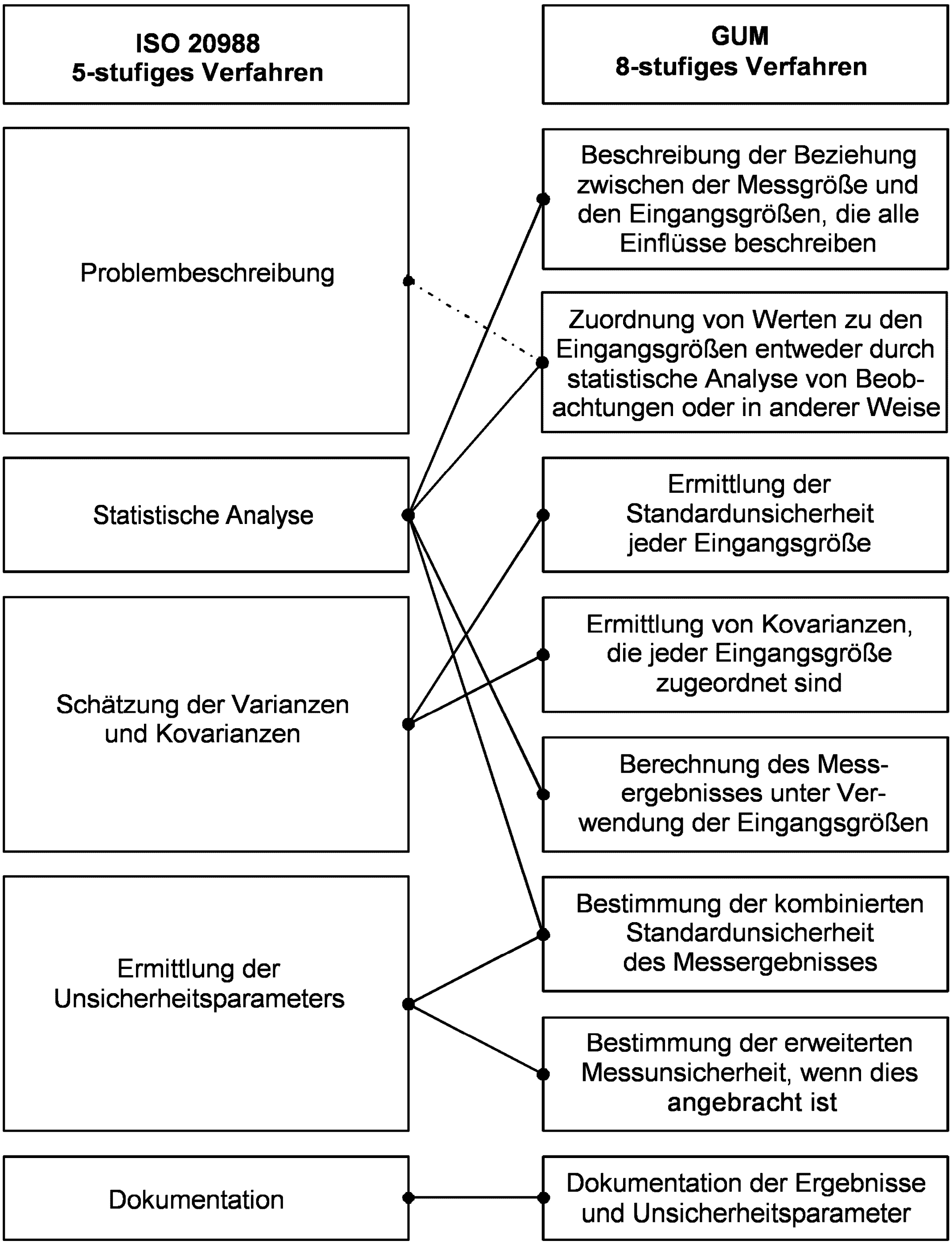


Bild 1 — Vergleich des 5-stufigen Verfahrens nach ISO 20988 (linke Seite) mit dem 8-stufigen Verfahren nach GUM (rechte Seite)

Die Hauptziele der Problembeschreibung als getrennter erster Schritt sind

— die Identifizierung der zu beantwortenden Fragen und

— die Bereitstellung der auszuwertenden Eingangsdaten.

Diese Internationale Norm liefert ausgehend von einer geeigneten Problembeschreibung eine Anleitung zur Anwendung von statistischen Analysen und Berechnungsmethoden, die ohne mathematische Fachkenntnisse anwendbar sind. Die Problembeschreibung erfordert Expertenwissen über die technischen Details der Messung und zumindest Grundkenntnisse des allgemeinen statistischen Konzepts der Unsicherheitsermittlung, wie sie im GUM beschrieben wird. Eine kurze Einführung in die statistischen Details der Unsicherheitsermittlung wird in 5.2, 5.3 und 5.4 gegeben.

5.2 Messunsicherheit

Messunsicherheit ist definiert als „dem Messergebnis zugeordneter Parameter, der die Streuung der Werte kennzeichnet, die vernünftigerweise der Messgröße zugeordnet werden könnte" (siehe 3.1).

Ein geeigneter Unsicherheitsparameter kann sein:

— die (kombinierte) Standardunsicherheit $u(y)$ eines Messergebnisses y;

— die erweiterte Messunsicherheit $U_p(y)$ eines Messergebnisses y für einen festgelegten Überdeckungsgrad p.

In Übereinstimmung mit Definition 3.1 ist die (kombinierte) Standardunsicherheit $u(y)$ eines Messergebnisses y die positive Quadratwurzel aus dem Schätzwert var(Y) der Varianz der Verteilung möglicher Messergebnisse Y, die derselben Messgröße bei unabhängiger Wiederholung der Messung vernünftigerweise zugeordnet werden könnte. Demzufolge besteht die grundlegende Aufgabe der Unsicherheitsermittlung in der Bereitstellung eines Schätzwertes var(Y) der Varianz der Verteilung möglicher Messergebnisse Y. Eine detaillierte statistische Behandlung dieses Punktes erfolgt in Abschnitt 7.

Nach Definition 3.4 beschreibt die erweiterte Messunsicherheit $U_p(y)$ ein Intervall $[y - U_p(y); y + U_p(y)]$ um ein bestimmtes Messergebnis y, von dem erwartet wird, dass es einen großen Anteil p der möglichen Ergebnisse einschließt, die derselben Messgröße bei unabhängiger Wiederholung der Messung vernünftigerweise zugeordnet werden könnte. Für eine festgelegte Überdeckungswahrscheinlichkeit p kann die entsprechende erweiterte Messunsicherheit $U_p(y)$ häufig als ein Vielfaches der (kombinierten) Standardunsicherheit $u(y)$ bestimmt werden. Dies unterstellt eine Gauß-Verteilung der möglichen Messergebnisse um den eindeutigen aber unbekannten Wert der Messgröße. Details werden in 9.3 beschrieben.

Unter einem Unsicherheitsintervall $[y - U_p(y); y + U_p(y)]$ wird üblicherweise ein Schätzwert verstanden, der den Wertebereich kennzeichnet, innerhalb dessen der wahre Wert der Messgröße liegt (siehe ISO/IEC Guide 98:1995, 2.2.4) bzw. innerhalb dessen der Wert der Messgröße vermutlich liegt [4]. Die Überdeckungswahrscheinlichkeit p beschreibt den Grad der Sicherheit, mit der der wahre Wert der Messgröße in dem Intervall $[y - U_p(y); y + U_p(y)]$ enthalten ist.

Wenn eine festgelegte erweiterte Messunsicherheit $U_p(y)$ und ein geeigneter Satz von Eingangsdaten gegeben sind, kann die Überdeckungswahrscheinlichkeit p des Unsicherheitsintervalls $[y - U_p(y); y + U_p(y)]$ um das beobachtete Messergebnis y in robuster Weise überprüft werden. Diese Methode setzt keine Gauß-Verteilung der möglichen Messergebnisse um den unbekannten Wert der Messgröße voraus. Details werden in Anhang A beschrieben.

Wenn es angebracht ist, kann die kombinierte Standardunsicherheit $u(y)$ als Funktion des Messergebnisses y beschrieben werden, beispielsweise als $w(y) = u(y)/y =$ konstant. Eine derartige Unsicherheitsfunktion kann eng mit der Methodenmodellgleichung $y = f(x_1,..., x_K)$ verknüpft sein, die zur Berechnung der Messergebnisse y verwendet wird. Dieses Konzept ist in Bild 2 dargestellt.

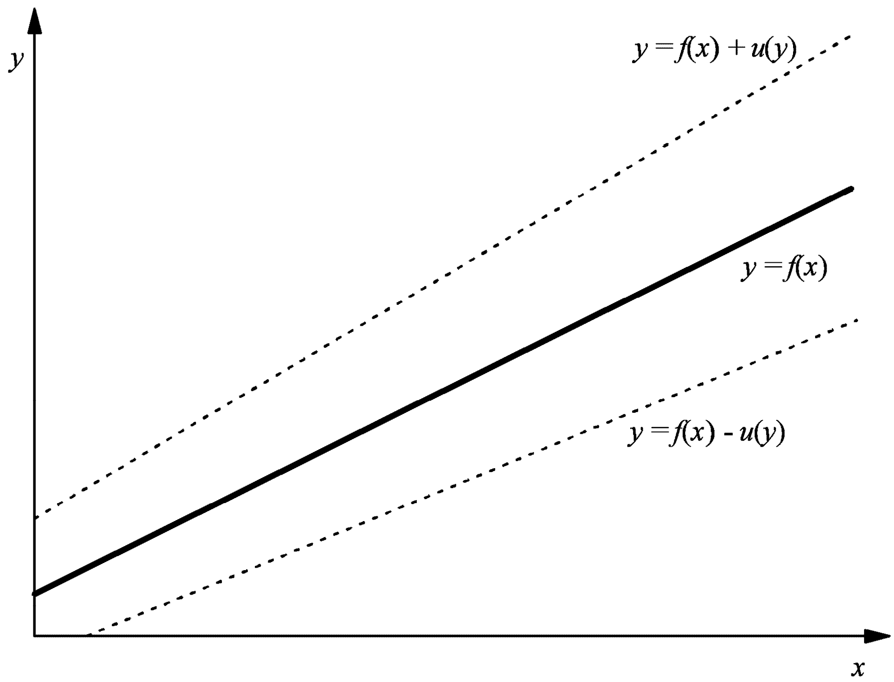


Bild 2 — Methodenmodellgleichung und Unsicherheitsfunktion

In dieser Internationalen Norm wird implizit vorausgesetzt, dass ein Unsicherheitsparameter, der durch die Auswertung eines festgelegten Satzes von Eingangsgrößen ermittelt wird, für die Vorhersage der Unsicherheit zukünftiger Messergebnisse geeignet sein muss, wobei die Messergebnisse mit demselben Messverfahren und unter denselben Bedingungen gewonnen werden, wie die ausgewerteten Eingangsdaten. Um dies sicherzustellen, ist es notwendig, belastbare Beweise bereitzustellen, dass die ausgewerteten Eingangsdaten repräsentativ für die Anwendung des Messverfahrens sind, das die mit einem Unsicherheitsparameter zu qualifizierenden Ergebnisse liefert.

5.3 Korrektion systematischer Einflüsse

Die Korrektion systematischer Einflüsse ist ein integraler Bestandteil einer Messung, wenn dies in der Verfahrensbeschreibung so gefordert wird. Im Allgemeinen geschieht die Korrektion systematischer Einflüsse durch Vergleich mit einem oder mehreren Bezugsnormalen, beispielsweise im Rahmen der Kalibrierung oder bei der Driftkontrolle. Geeignete Bezugsnormale können in Form von zertifizierten Referenzmaterialien oder zertifizierten Referenzmessverfahren bereitgestellt werden. Die Rückführbarkeit möglicher Messergebnisse kann durch Vergleich mit Referenzmaterialien, die SI-Einheiten repräsentieren, hergestellt werden. Für Referenzverfahren, die primäre Bezugsnormale darstellen, ist ein Vergleich mit anderen Bezugsnormalen zum Zwecke der Korrektion nicht notwendig.

Der GUM empfiehlt grundsätzlich, dass für alle erkannten signifikanten systematischen Einflüsse Korrektionen angebracht werden sollten (siehe ISO/IEC Guide 98:1995, 3.2.4). Im Allgemeinen kann eine in der Verfahrensdokumentation beschriebene Korrektion einen bestimmten Grad von Unvollständigkeit aufweisen, beispielsweise auf Grund ihres statistischen Charakters und auf Grund der endlichen Unsicherheit der zu diesem Zwecke verwendeten Referenzstandards. Als Folge der Unvollständigkeit der Korrektion kann eine Reihe von korrigierten Messwerten, die mit derselben Messeinrichtung gewonnen werden, einen Restbias aufweisen, der als Zufallsgröße mit dem Erwartungswert null angenommen wird.

Falls bei einer Messung eine Korrektion mittels einer zur Berechnung des Messergebnisses verwendeten Methodenmodellgleichung angebracht wird, wird die Unsicherheit der Korrektion richtig berücksichtigt.

Falls ein Bias nicht korrigiert wird, ist er als zusätzliche Unsicherheitsquelle zu berücksichtigen.

Für die Unsicherheitsermittlung ist es daher notwendig, Reihen von Beobachtungen durchzuführen, die dem Anwender eine Ermittlung der Streuungen und der systematischen Messabweichungen, wie sie bei der vorgesehenen Anwendung des Messverfahrens auftreten, erlauben.

ANMERKUNG Die Begriffe „Effekt", „Einfluss" und „Unsicherheitsquelle" werden in dieser Internationalen Norm gleichwertig verwendet.

5.4 Bereitstellung von Eingangsdaten

Eingangsdaten für die Unsicherheitsermittlung müssen repräsentativ sein für alle Einflüsse, die Streuungen oder systematische Abweichungen in den Messergebnissen verursachen. Geeignete Eingangsdaten können als Reihen von Beobachtungen oder durch externe Quellen oder durch fachkundige Beurteilung geliefert werden.

Aus praktischen Gesichtspunkten kann die Unsicherheitsermittlung entweder mit einem indirekten Ansatz oder mit einem direkten Ansatz durchgeführt werden.

Bei einem indirekten Ansatz werden Streuungen und systematische Messabweichungen in einem ersten Schritt getrennt für die Eingangsgrößen x_i der Methodenmodellgleichung $y = f(x_1,..., x_K)$, die zur Berechnung eines Messergebnisses y verwendet wird, ermittelt. Zu diesem Zwecke können Schätzwerte der Varianzen und Kovarianzen der Eingangsgrößen x_i durch Auswertung von Reihen von Beobachtungen nach der Ermittlungsmethode A oder durch fachkundige Beurteilung nach der Ermittlungsmethode B bereitgestellt werden. Anschließend liefert eine gewichtete Summe der Varianzen und Kovarianzen den gesuchten Unsicherheitswert.

Bei einem direkten Ansatz wird der Einfluss der dominierenden Einflüsse, die Streuungen und systematische Messabweichungen des Messergebnisses y verursachen, in einer kombinierten Weise durch Vergleich mit einem oder mehreren Referenzwerten der Messgröße untersucht. Einflüsse, die beim direkten Ansatz nicht variiert werden, müssen getrennt berücksichtigt werden, beispielsweise durch fachkundige Beurteilung nach der Ermittlungsmethode B. Bei einem direkten Ansatz kann die Ermittlung der Unsicherheit deutlich einfacher sein als bei einem indirekten Ansatz.

Der Schwerpunkt des GUM liegt auf dem indirekten Ansatz, wobei der direkte Ansatz jedoch nicht ausgeschlossen wird.

Die grundlegende Ermittlungsmethode A, die im GUM beschrieben wird, erfordert eine Reihe von unbasierten Beobachtungen derselben unveränderten Messgröße mit derselben Messeinrichtung. Dieses Experiment liefert eine einfache Zufallsstichprobe. Aus praktischen Gesichtspunkten erfordert eine einfache Zufallsstichprobe eine vollständige Randomisierung aller Einflüsse zwischen mehrmaligen Beobachtungen derselben unveränderten Messgröße. Eine einfache Zufallsstichprobe ist unter den Bedingungen des vorgesehenen Einsatzes von Verfahren zur Messung der Luftbeschaffenheit nur selten realisierbar. Dies liegt hauptsächlich an dem möglichen Auftreten von unkorrigierten systematischen Messabweichungen. Die Ausführungen des GUM im Hinblick auf die Ermittlungsmethode A sind nicht erschöpfend. Es gibt viele Situationen, in denen statistische Methoden angewandt werden können, die von der grundlegenden Ermittlungsmethode A, wie sie im GUM (siehe ISO/IEC Guide 98:1995, 4.2.8) beschrieben wird, abweichen.

Bei Messungen der Luftbeschaffenheit ist es häufig bequemer und kostengünstiger, die Eingangsdaten für die Unsicherheitsermittlung in Experimenten, die sich von einer einfachen Zufallsstichprobe unterscheiden, zu ermitteln. In dieser Internationalen Norm werden die folgenden Experimente behandelt:

A1: einfache Zufallsstichprobe;

A2: mehrmalige Beobachtung eines Referenzmaterials mit einer Messeinrichtung;

A3: Beobachtung verschiedener Referenzmaterialien im Rahmen einer Kalibrierung;

A4: mehrmalige Beobachtung von verschiedenen Referenzmaterialien mit identischen Messeinrichtungen;

A5: Vergleichsmessungen mit einem Referenzmessverfahren;

A6: Doppelbestimmungen mit zwei identischen Messeinrichtungen;

A7: Ringversuch mehrerer Laboratorien mit identischen Messeinrichtungen;

A8: Vergleichsmessungen mit identischen Messeinrichtungen.

Die Experimente vom Typ A1 bis A8 sind bei indirekten und direkten Ansätzen zur Ermittlung der Unsicherheit von Verfahren zur Messung der Luftbeschaffenheit anwendbar. Zu diesen Messverfahren zählen:

— Messverfahren mit Korrektion systematischer Einflüsse durch (mehrmalige) Beobachtung von Referenzmaterial;

— Messverfahren, die durch mehrmalige Beobachtung von Referenzmaterialien einer Messgröße vor der Routineanwendung validiert wurden;

— Messverfahren, die in Vergleichsmessungen mit einem Referenzmessverfahren kalibriert wurden;

— Messverfahren, die in Vergleichsmessungen mit einem Referenzmessverfahren überprüft wurden;

— gesetzliche oder vereinbarte Referenzmessverfahren, die in Ringversuchen validiert wurden.

Geeignete Reihen von Beobachtungen können beispielsweise durch Anwendung eines der folgenden Verfahren bereitgestellt werden:

— Verfahren zur Qualitätssicherung und Qualitätskontrolle, die mehrmalig auf die Messeinrichtung angewandt werden;

— Verfahren zur einmaligen Überprüfung der Messeinrichtung;

— Verfahren zur Untersuchung mehrerer Messeinrichtungen desselben Typs;

— Verfahren zur einmaligen Validierung mehrerer Messeinrichtungen desselben Typs;

— eine weitere Eignungsprüfung der Messeinrichtung.

Eingangsdaten für die Unsicherheitsermittlung können auch durch externe Quellen bereitgestellt werden, falls diese Daten durch eine statistische Untersuchung von Reihen von Beobachtungen gewonnen wurden. Dazu zählen anerkannte Werte und Unsicherheiten von Referenzmaterialien, Werte und Unsicherheiten von Gerätekonstanten aus unabhängigen Berichten oder Werte und Unsicherheiten von physikalischen und chemischen Konstanten aus Handbüchern (siehe ISO/IEC Guide 98:1995, 4.1.3).

ANMERKUNG Die Verwendung externer Daten über die Vergleichpräzision und Richtigkeit eines Messverfahrens, die nach ISO 5725-2 [5], ISO 5725-3 [6], ISO 5725-4 [7] und ISO 5725-5 [8] gewonnen wurden, wird in ISO/TS 21748 [9] beschrieben.

Falls Eingangsdaten nicht als Reihen von Beobachtungen oder durch externe Quellen bereitgestellt werden können, können solche Daten durch fachkundige Beurteilung und Auswertung nach Ermittlungsmethode B ermittelt werden.

Die Übertragbarkeit eines Unsicherheitsparameters auf zukünftige Messergebnisse, die mit dem untersuchten Messverfahren ermittelt werden, hängt von der Repräsentativität der Eingangsdaten ab. Der Grad der durch die Eingangsdaten erzielten Repräsentativität hängt von den folgenden Größen ab:

— den durch die Eingangsdaten beschriebenen Einflüssen;

— der Stichprobengröße der ermittelten Reihe von Beobachtungen;

— der Unsicherheit der bei der Untersuchung verwendeten Referenzstandards.

Je besser die Eingangsdaten alle Einflüsse, die die Messung beeinflussen, beschreiben und je geringer die Unsicherheit der Referenzstandards ist, desto besser ist die Vorhersagekraft eines ermittelten Unsicherheitsparameters für zukünftige Messergebnisse.

Natürlich ist es wichtig, die Vorhersagekraft eines Unsicherheitsparameters beispielsweise durch eine andere unabhängige Untersuchung der Messunsicherheit zu prüfen.

Für die Schätzung einer erweiterten Unsicherheit $U_{0,95}(y)$ für ein Vertrauensniveau von 95 % wird empfohlen, dass die Reihe von Beobachtungen mindestens 20 durch Anwendung des festgelegten Messverfahrens ermittelte Ergebnisse enthält. Sonst kann die Anwendbarkeit des ermittelten Unsicherheitsparameters nicht einer aussagekräftigen Prüfung unterzogen werden.

Für die Schätzung einer erweiterten Messunsicherheit $U_{0,66}(y)$ für ein Vertrauensniveau von 66 % wird empfohlen, dass die Reihe von Beobachtungen mindestens sieben durch Anwendung des festgelegten Messverfahrens ermittelte Ergebnisse enthält. Sonst kann die Anwendbarkeit des ermittelten Unsicherheitsparameters nicht einer aussagekräftigen Prüfung unterzogen werden.

Details zur Bereitstellung von Eingangsdaten und zu den anwendbaren mathematischen Berechnungsmethoden werden in 6.4 und 8.2 beschrieben.

6 Problembeschreibung

6.1 Ziel

Das Ziel der Problembeschreibung bei der Unsicherheitsermittlung ist die Identifizierung

— der zu betrachtenden Messung,

— der geforderten Unsicherheitsparameter,

— der auszuwertenden Eingangsdaten und

— der Einflüsse, die nicht durch die Eingangsdaten beschrieben werden.

Bild 3 beschreibt die Beziehungen zwischen den Elementen der Problembeschreibung im Rahmen der Unsicherheitsermittlung. Die Problembeschreibung erfordert Fachkenntnisse hinsichtlich der technischen Details der betrachteten Messung. Die Anleitungen in 6.2 bis 6.4 sind ohne Fachkenntnisse der statistischen Modellierung von Messprozessen anwendbar.

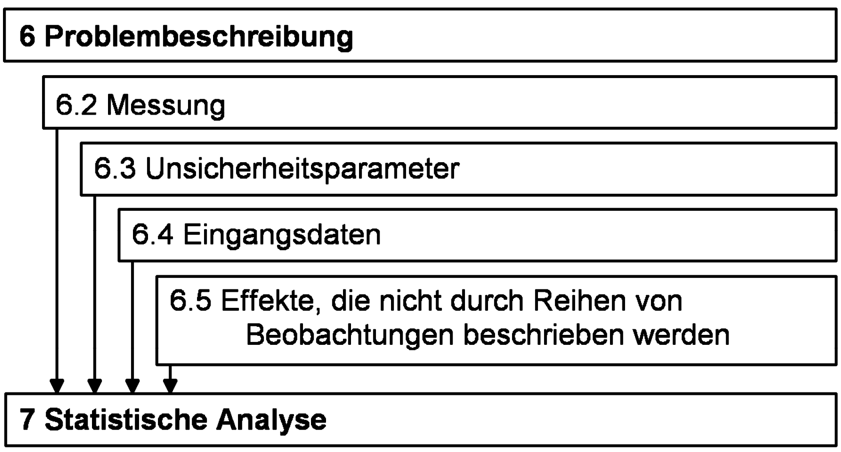


Bild 3 — Elemente der Problembeschreibung im Rahmen der Unsicherheitsermittlung

6.2 Messung

Die Messung ist (mindestens) durch die folgenden Angaben festzulegen:

— die Messgröße,

— das Messverfahren,

— die Methodenmodellgleichung $y = f(x_1,..., x_K)$, wenn Messergebnisse y mit beobachteten oder anderweitig bestimmten Eingangsgrößen x_i berechnet werden, und

— die vorgesehene Anwendung des Messverfahrens.

Die Messgröße ist so festzulegen, dass sie zumindest für die Zeitdauer, die für eine einzelne Messung benötigt wird, einen zwar unbekannten, aber eindeutigen Wert μ aufweist.

Die Messgröße ist die physikalische Größe, der durch die festgelegte Messung ein Zahlenwert und eine Einheit zuzuweisen ist. Weiterhin ist die Messgröße so festzulegen, dass sie zumindest im Prinzip mehreren Messungen unterworfen werden könnte. Dies ist eher wichtig für die Bereitstellung von Eingangsdaten, als für die routinemäßige Durchführung eines betrachteten Messverfahrens. Im Bereich der Luftbeschaffenheit kann die Messgröße ihren Wert in Abhängigkeit von der Zeit und vom Ort ändern.

Das Messverfahren ist vollständig festzulegen, beispielsweise durch

— das anzuwendende Verfahren, z. B. die Standardarbeitsanweisung (SOP),

— die Art der Anwendung (z. B. zur routinemäßigen Überwachung der Emissionen aus stationären Quellen, zur routinemäßigen Überwachung der Luft am Arbeitsplatz, zur routinemäßigen Überwachung der Außenluft oder als Referenzverfahren in einem Labor),

— die Umgebungsbedingungen der jeweiligen Anwendung (z. B. Änderungen der Umgebungsbedingungen) und

— die Kontrollbedingungen (z. B. für die Kalibrierung oder die Driftkontrolle).

Geeignete Beschreibungen sind häufig als Teil der Verfahrensdokumentation verfügbar.

Weitere Informationen über das Messverfahren können bereitgestellt werden, beispielsweise Informationen über Einflüsse, die Streuungen und systematische Messabweichungen bei der betrachteten Anwendung verursachen.

Wenn die Messergebnisse y in der vorgesehenen Anwendung mit einer Methodenmodellgleichung $y = f(x_1,..., x_K)$ unter Verwendung beobachteter oder anderweitig ermittelter Eingangsgrößen x_i berechnet werden, muss die mathematische Struktur der Modellgleichung bei Verwendung eines indirekten Ansatzes bekannt sein. Die Grundlagen des direkten und indirekten Ansatzes werden in 5.4 beschrieben.

ANMERKUNG 1 In dieser Internationalen Norm wird die Messgröße als eine quantifizierbare Eigenschaft eines Messobjektes verstanden. Das Messobjekt kann beispielsweise ein Abgas, das von einem Kamin mit festgelegtem Querschnitt in einem festgelegten Zeitintervall emittiert wird, oder die Umgebungsluft, die an einer festgelegten Probenahmestelle in einem festgelegten Zeitintervall vorliegt, sein. Die entsprechende Messgröße kann beispielsweise die Masse (Massenstrom) von Schwefeldioxid sein, die von dem festgelegten Kamin in dem festgelegten Zeitintervall emittiert wird, oder die Konzentration von Schwefeldioxid in der Umgebungsluft an einem festgelegten Ort in einem festgelegten Zeitintervall.

ANMERKUNG 2 Die Methodenmodellgleichung bei Messungen der Luftbeschaffenheit wird auch „Analysenfunktion" genannt.

Die vorgesehene Anwendung des Messverfahrens ist so festzulegen, dass die Repräsentativität der Eingangsdaten richtig bewertet werden kann. Dadurch wird sichergestellt, dass ein ermittelter Unsicherheitsparameter geeignet ist, die in der vorgesehenen Anwendung des Messverfahrens ermittelten Messergebnisse zu beschreiben. Aus statistischer Sicht beschreibt die Anwendung des Messverfahrens die statistische Grundgesamtheit der möglichen Messergebnisse Y, die in der Unsicherheitsermittlung zu betrachten sind.

Die Anwendung des Messverfahrens kann beispielsweise wie folgt festgelegt werden:

- Anwendung einer einzelnen Messeinrichtung unter gut definierten Laborbedingungen;
- Anwendung verschiedener Messeinrichtungen desselben Typs, die in einem Messnetz vom selben Labor eingesetzt werden;
- Anwendung verschiedener Messeinrichtungen desselben Typs, die in einem weiten Bereich von Feldbedingungen von verschiedenen Laboratorien eingesetzt werden.

6.3 Unsicherheitsparameter

Der geforderte Unsicherheitsparameter ist festzulegen. Der für die festgelegte Grundgesamtheit von Messergebnissen y bereitzustellende Unsicherheitsparameter kann eine der folgenden Größen sein:

- die (kombinierte) Standardunsicherheit $u(y)$ in Einheiten von y;
- die relative Standardunsicherheit $w(y)$;
- die erweiterte Messunsicherheit $U_p(y)$ für einen festgelegten Überdeckungsgrad p in Einheiten von y;
- die relative erweiterte Messunsicherheit $W_p(y)$ für einen festgelegten Überdeckungsgrad p.

Die Unsicherheitsermittlung kann erheblich vereinfacht werden, wenn ein einheitlicher Unsicherheitsparameter für einen festgelegten Bereich von Werten y des Messergebnisses gültig ist. Weitere Information über Unsicherheitsparameter werden in Abschnitt 9 gegeben.

6.4 Eingangsdaten

6.4.1 Allgemeines

Es sind mindestens die folgenden Details über die Eingangsdaten für die Unsicherheitsermittlung anzugeben:

- der verwendete Ansatz zur Untersuchung der Streuung und des Bias, wie sie in der vorgesehenen Anwendung des Messverfahrens auftreten;
- das Experiment (die Experimente) zur Erhebung der Reihe von Beobachtungen;
- die auszuwertende Reihe von Beobachtungen;
- die Repräsentativität der als Eingangsdaten bereitgestellten Reihe von Beobachtungen.

Der zur Untersuchung der Streuungen und des Bias verwendete Ansatz kann entweder ein indirekter oder ein direkter Ansatz sein.

Bei einem direkten Ansatz werden die Eingangsdaten in einem einzelnen Experiment ermittelt, das die Abweichungen und den Bias durch Vergleich mit einem oder mehreren Referenzwerten der Messgröße liefert.

Bei einem indirekten Ansatz werden die Eingangsdaten für die verschiedenen Eingangsgrößen x_i der Methodenmodellgleichung $y = f(x_1,..., x_K)$, die zur Berechnung des Messergebnisses y verwendet wird, in verschiedenen Experimenten ermittelt.

Tabelle 1 fasst die in dieser Internationalen Norm betrachteten Experimente vom Typ A1 bis A8 zusammen. Die anwendbaren Berechnungsmethoden vom Typ A für diese Experimente werden in Anhang B beschrieben.

Tabelle 1 — Experimente und Eingangsdaten

Typ	Experiment	Typische Anwendung	Eingangsdaten	
			Direkter Ansatz	Indirekter Ansatz
A1	Einfache Zufallsstichprobe	Mehrmalige unbasierte Beobachtung derselben (unbekannten) Messgröße mit derselben Messeinrichtung	$y(j)$ mit j = 1 bis N	$x_i(j)$ mit j = 1 bis N
A2	Mehrmalige Beobachtung eines Referenzmaterials mit einer Messeinrichtung	Driftkontrolle einer Messeinrichtung	$y(j)$ mit j = 1 bis N y_R	$x_i(j)$ mit j = 1 bis N $x_{R,i}$
A3	Beobachtung verschiedener Referenzmaterialien im Rahmen einer Kalibrierung	Kalibrierung mit mindestens 3 wiederholten Beobachtungen jedes Referenzmaterials	$x(j)$ mit j = 1 bis N $y_R(j)$ mit j = 1 bis N	$z(j)$ mit j = 1 bis N $x_R(j)$ mit j = 1 bis N
A4	Beobachtung verschiedener Referenzmaterialien mit identischen Messeinrichtungen	Verfahrensvalidierung vor der Routineanwendung mit N unabhängigen Beobachtungen von verschiedenen Referenzmaterialien	$x(j)$ mit j = 1 bis N $y_R(j)$ mit j = 1 bis N	$z(j)$ mit j = 1 bis N $x_R(j$ mit j = 1 bis N
A5 Fall 1	Vergleichsmessungen mit einem Referenzmessverfahren	Kalibrierung mit N unkorrigierten Messsignalen aus Vergleichsmessungen mit einem Referenzmessverfahren	$x(j)$ mit j = 1 bis N $y_R(j)$ mit j = 1 bis N	$z(j)$ mit j = 1 bis N $x_R(j)$ mit j = 1 bis N
A5 Fall 2	Vergleichsmessungen mit einem Referenzmessverfahren	Überprüfung mit N unkorrigierten Messsignalen aus Vergleichsmessungen mit einem Referenzmessverfahren	$y(j)$ mit j = 1 bis N $y_R(j)$ mit j = 1 bis N	$x(j)$ mit j = 1 bis N $x_R(j)$ mit j = 1 bis N
A6	Doppelbestimmungen mit zwei identischen Messeinrichtungen	Validierung eines Referenzmessverfahrens; Validierung eines kalibrierten Messverfahrens.	$\{y(1, j); y(2, j)\}$ mit j = 1 bis N	$\{x(1, j); x(2, j)\}$ mit j = 1 bis N
A7	Ringversuch mit identischen Messeinrichtungen	Vergleich mit N Beobachtungen derselben Messgröße durch K Laboratorien mit demselben Messverfahren	$y(k, j)$ mit j = 1 bis N und k = 1 bis K	$x(k, j)$ mit j = 1 bis N und k = 1 bis K
A8	Vergleichsmessungen mit identischen Messeinrichtungen	N Vergleichsmessungen mit K identischen Messeinrichtungen	$y(k, j)$ mit j = 1 bis N und k = 1 bis K	$x(k, j)$ mit j = 1 bis N und k = 1 bis K

Experimente, die in Tabelle 1 nicht aufgeführt sind, dürfen für die Unsicherheitsermittlung ebenfalls ausgewertet werden, wenn ihre Durchführung und statistische Auswertung in ausreichender Weise dokumentiert werden.

Zur Beurteilung der Repräsentativität der Eingangsdaten hinsichtlich der möglichen Messergebnisse, die durch den festgelegten Unsicherheitsparameter zu beschreiben sind, müssen die Experimente zur Erhebung der Eingangsdaten in ausreichender Weise dokumentiert werden. Die Ergebnisse der Beurteilung der Repräsentativität der Eingangsdaten sind zu dokumentieren.

6.4.2 Beurteilung der Repräsentativität

Für die als Eingangsdaten bereitgestellte Reihe von Beobachtungen ist eine Beurteilung vorzunehmen, ob in der verwendeten Datenerhebung

a) das Messverfahren in Übereinstimmung mit denselben Standardarbeitsanweisungen bedient wurde, wie in der vorgesehenen Anwendung,

b) die Umgebungsbedingungen zumindest den Streubereich überdeckten, der bei der vorgesehenen Anwendung des Messverfahrens zu erwarten ist,

c) die Kontrollbedingungen des Messverfahrens dieselben waren, wie bei der vorgesehenen Anwendung,

d) die zur Korrektion des Messverfahrens verwendeten Bezugsnormale von derselben Qualität waren, wie die bei der vorgesehenen Anwendung verwendeten, falls dies angebracht ist,

e) alle Teile des Messverfahrens einer entweder getrennten oder kombinierten experimentellen Untersuchung, die die betrachtete Reihe von Beobachtungen liefert, unterworfen waren und

f) der Einfluss der Bedienung des Messverfahrens durch verschiedene Laboratorien in einem Experiment ermittelt wurde, falls dies angebracht ist.

Falls die Aufzählungen a) bis f) in ausreichender Weise erfüllt sind, kann die bereitgestellte Reihe von Beobachtungen als repräsentativ für die festgelegte Unsicherheitsermittlung angesehen werden. Aufzählung d) gilt für Messverfahren, die eine Korrektion systematischer Einflüsse benötigen. Aufzählung f) gilt, wenn der Unsicherheitsparameter Messergebnisse beschreiben muss, die durch verschiedene Laboratorien unter Verwendung des festgelegten Messverfahrens ermittelt werden bzw. zu ermitteln sind.

Wenn einer oder mehrere der Aufzählungen a) bis f) nicht in geeigneter Weise erfüllt sind, werden zusätzliche Informationen zur Bereitstellung von repräsentativen Eingangsdaten benötigt. Zusätzliche Eingangsdaten können entweder durch besser geeignete Reihen von Beobachtungen oder durch fachkundige Beurteilung entsprechend der Beschreibung in 6.5 bereitgestellt werden.

6.5 Nicht durch Reihen von Beobachtungen beschriebene Einflüsse

Wenn ein Einfluss, der durch Streuungen oder systematische Messabweichungen verursacht wird, durch eine Reihe von Beobachtungen nicht in einer repräsentativen Weise beschrieben wird, obwohl eine Beeinflussung möglicher Messergebnisse erwartet wird, muss dieser Einfluss separat beschrieben werden, beispielsweise durch eine zusätzliche Abweichung δY_j des Messergebnisses. Der Zahlenwert einer solchen zusätzlichen Abweichung muss im Rahmen einer fachkundigen Beurteilung festgestellt werden. Die grundlegende Aufgabe der fachkundigen Beurteilung besteht in der Bereitstellung eines Schätzwertes für den größten Bereich der Streuung $[\min(\delta Y_j) \leq \delta Y_j \leq \max(\delta Y_j)]$ der Abweichung δY_j. Diese Information wird zur Bereitstellung eines Schätzwertes $\mathrm{var}(\delta Y_j)$ der Varianz der Abweichung δY_j benötigt. Details zur Varianzschätzung auf der Basis von fachkundigen Beurteilungen (Ermittlungsmethode B) werden in 8.3 beschrieben. Eine Auswertung auf Basis der Ermittlungsmethode B sollte eine Auswertung auf Basis der Ermittlungsmethode A nur ergänzen.

Anstelle einer direkten Schätzung des maximalen Wertes $\max(\delta Y_j)$ einer möglichen Abweichung δY_j kann es manchmal zweckmäßig sein, die maximale Abweichung indirekt mit Hilfe der Gleichung (1) zu schätzen:

$$\max(\delta Y_j) = c_j \cdot \max(\delta X_j) \qquad (1)$$

In diesem Fall kennzeichnet δX_j eine mögliche Abweichung der betrachteten Einflussgröße x_j vom festgelegten Referenzwert. Die Größe c_j ist der Empfindlichkeitskoeffizient des Messverfahrens in Bezug auf die Änderung dieser Einflussgröße.

ANMERKUNG Der Empfindlichkeitskoeffizient c_j kann in separaten Untersuchungen ermittelt werden, beispielsweise im Rahmen der Verfahrensvalidierung.

Typische Einflüsse, die manchmal nicht durch eine Reihe von Beobachtungen in einer repräsentativen Weise beschrieben werden können, sind in Tabelle 2 beschrieben (ohne Anspruch auf Vollständigkeit).

Eine zusätzliche Abweichung δY_j darf vernachlässigt werden, wenn der entsprechende Schätzwert für die Varianz var(δY_j) weniger als 5 % zum Schätzwert der in der Unsicherheitsermittlung verwendeten Varianz var(Y) beiträgt.

Tabelle 2 — Einflüsse, die eine separate Beurteilung benötigen

Nr.	Einfluss	Beurteilung möglicher Einflüsse auf das Messergebnis
1	Probenahmewirkungsgrad F_{sam}, der bei der Kalibrierung nicht korrigiert wird	$\delta \Psi_{\text{sam}} = y\,(1 - F_{\text{sam}})$
2	Extraktionswirkungsgrad F_{ext}	$\delta \Psi_{\text{ext}} = y\,(1 - F_{\text{ext}})$
3	Änderung der Umgebungstemperatur T	$\delta Y_T = c_T\ \delta T$
4	Änderung des Luftdrucks P	$\delta Y_P = c_P\ \delta P$
5	Änderung der Umgebungsfeuchte H	$\delta Y_H = c_H\ \delta H$
6	Änderung der Zusammensetzung der gesammelten Luft Y_{INT}	$\delta Y_{\text{INT}} = c_{\text{INT}}\ Y_{\text{INT}}$
7	Änderung der Netzspannung V	$\delta Y_V = c_V\ \delta V$

7 Statistische Analyse

7.1 Ziel

Das Ziel der statistischen Analyse im Rahmen der Unsicherheitsermittlung ist die Bereitstellung einer mathematischen Grundlage für die Berechnung eines Schätzwertes var(Y) der Varianz der Verteilung möglicher Messergebnisse Y, die vernünftigerweise derselben Messgröße durch unabhängige Wiederholung der Messung, die zur Ermittlung des Messergebnisses y durchgeführt wurde, zugeordnet werden könnte. Auf der Basis dieses Schätzwertes der Varianz wird die (kombinierte) Standardunsicherheit $u(y)$ des Messergebnisses y schließlich als $u(y) = \sqrt{\text{var}(Y)}$ berechnet.

Diese Internationale Norm liefert eine Anleitung zur statistischen Analyse, die ohne Fachkenntnisse der statistischen Modellierung von Messprozessen anwendbar ist. Die statistische Modellierung im Rahmen der Unsicherheitsermittlung wird durch die getrennte Betrachtung des indirekten und direkten Ansatzes erheblich vereinfacht. Obwohl sich die Empfehlungen des GUM explizit auf den komplexeren indirekten Ansatz beziehen, gelten sie auch für den mathematisch viel einfacheren direkten Ansatz. Im Gegensatz zum indirekten Ansatz verwendet der direkte Ansatz eine einzelne Reihe von beobachteten Messergebnissen, die als Eingangs-
daten bereitgestellt werden.

Die geeignete statistische Modellgleichung ist abhängig

— vom Ansatz zur Untersuchung der Streuungen und des Bias, die das Messverfahren zeigt,

— vom Experiment zur Durchführung dieses Ansatzes,

— von der Reihe von Beobachtungen, die als Eingangsdaten bereitgestellt werden, und

— von der Repräsentativität der Eingangsdaten.

Auf der Basis der statistischen Modellgleichung wird mit Hilfe des Gesetzes der Unsicherheitsfortpflanzung eine geeignete Gleichung zur Schätzung var(Y) ermittelt.

Wenn der Unsicherheitsparameter die Überdeckungswahrscheinlichkeit p eines festgelegten Intervalls $[y - U_p(y); y + U_p(y)]$ um ein Messergebnis y ist, kann die statistische Analyse entsprechend der Beschreibung in 9.3 erheblich vereinfacht werden.

Tabelle 3 verdeutlicht die Unterschiede zwischen dem direkten und dem indirekten Ansatz des 5-stufigen Verfahrens zur Unsicherheitsermittlung.

Tabelle 3 — Elemente der Unsicherheitsermittlung beim direkten und indirekten Ansatz

Schritt	Element	Direkter Ansatz	Indirekter Ansatz
1	**Problembeschreibung**		
	Experiment	ein Experiment, z. B. vom Typ A1 bis A8	mehrere Experimente, z. B. vom Typ A1 bis A8
	Eingangsdaten	eine einzelne Reihe von Beobachtungen und Referenzwerte der Messgröße y Siehe 6.4.	Reihen von Beobachtungen der Eingangsgrößen x_i oder Schätzwerte von x_i und var(x_i) für jede Eingangsgröße x_i Siehe 6.4.
	Zusätzliche Abweichungen	$\min(\delta Y_j) \le \delta Y_j \le \max(\delta Y_j)$, falls zutreffend	$\min(\delta Y_j) \le \delta Y_j \le \max(\delta Y_j)$, falls zutreffend
2	**Statistische Analyse**		
	Methodenmodellgleichung	$y = f(x_1, x_2, \ldots)$, falls verfügbar	$y = f(x_1, x_2, \ldots)$
	Statistische Modellgleichung	$Y = y + \delta Y$	$Y = f(x_1, x_2, \ldots) + \delta Y$
	Varianzgleichung	$\mathrm{var}(Y) = \mathrm{var}(y) + \mathrm{var}(\delta Y)$ Siehe 7.3.	$\mathrm{var}(Y) = c_1^2\,\mathrm{var}(x_1) + c_2^2\,\mathrm{var}(x_2) + \ldots$ $+ 2\,c_1 c_2\,\mathrm{cov}(x_1, x_2) + \ldots$ $+ \mathrm{var}(\delta Y)$ Siehe 7.2.
3	**Schätzung der Varianzen und Kovarianzen**		
	Typ A	$\mathrm{var}(y) = u^2(y)$ Siehe 8.2 und Anhang B.	$\mathrm{var}(x_i) = u^2(x_i)$ Siehe 8.2 und Anhang B.
	Typ B	$\mathrm{var}(\delta Y) = \ldots..$ Siehe 8.3.	$\mathrm{var}(\delta Y) = \ldots..$ Siehe 8.3.
	Kovarianzen	Siehe 8.4.	Siehe 8.4.

Tabelle 3 *(fortgesetzt)*

Schritt	Element	Direkter Ansatz	Indirekter Ansatz
4	**Ermittlung der Unsicherheitsparameter**		
	(kombinierte) Standardunsicherheit	$u(y) = \sqrt{\mathrm{var}(Y)}$	$u(y) = \sqrt{\mathrm{var}(Y)}$
	Erweiterte Messunsicherheit	$U_p(y) = k_p(\nu) \cdot u(y)$ Siehe 9.2.	$U_p(y) = k_p(\nu) \cdot u(y)$ Siehe 9.2.
5	**Dokumentation**		

Obwohl Y im GUM als Messgröße bezeichnet wird, stellt oft Y im mathematischen Kontext des GUM eine Zufallsvariable dar, die ein „mögliches Messergebnis“ beschreibt. Das Formelzeichen Y darf nicht mit dem unbekannten aber eindeutigen Wert μ der untersuchten Messgröße verwechselt werden. Das grundlegende Messkonzept erfordert, dass die Messgröße zumindest für die Zeitdauer, die durch ein einzelnes Messergebnis definiert ist, einen eindeutigen Wert aufweist.

7.2 Indirekter Ansatz

Bei einem indirekten Ansatz werden in einem ersten Schritt die Streuungen und systematische Messabweichungen für die Eingangsgrößen x_i der Methodenmodellgleichung $y = f(x_1,..., x_K)$, die zur Berechnung der Messergebnisse y verwendet wird, getrennt ermittelt. Die folgenden Daten können als Eingangsdaten verwendet werden:

— Reihen von Beobachtungen von Eingangsgrößen x_i, die beispielsweise in Experimenten vom Typ A1 bis A8 ermittelt werden;

— durch externe Quellen bereitgestellte Schätzwerte von x_i und $\mathrm{var}(x_i)$, wie Größen in Verbindung mit kalibrierten Messnormalen, zertifizierte Referenzmaterialien, Referenzdaten aus Handbüchern und Daten über die Vergleichpräzision und Richtigkeit.

ANMERKUNG Die Verwendung externer Daten über die Vergleichpräzision und Richtigkeit bei der Unsicherheitsermittlung wird in ISO/TS 21748 [9] beschrieben.

Zusätzliche Abweichungen δY_j können durch Einflüsse, die nicht durch eine Reihe von Beobachtungen repräsentiert werden, verursacht werden. Wenn es notwendig ist, können diese Abweichungen durch fachkundige Beurteilungen und Auswertungen nach Ermittlungsmethode B festgestellt werden.

Unter diesen Bedingungen wird eine geeignete statistische Modellgleichung für die Unsicherheitsermittlung durch Gleichung (2) in allgemeiner Form beschrieben:

$$Y = f(x_1,...,x_K) + \sum_{j=1}^{M} \delta Y_j \tag{2}$$

Dabei ist

Y ein mögliches Messergebnis;

x_i eine Eingangsgröße der Methodenmodellgleichung $y = f(x_1,..., x_K)$, die zur Berechnung des Messergebnisses y verwendet wird;

δY_j eine zusätzliche Abweichung des Messergebnisses y, die nicht durch die Reihen von Beobachtungen der Eingangsgröße x_i repräsentiert wird.

K die Anzahl der Eingangsgrößen der Methodenmodellgleichung;

M die Anzahl der zusätzlichen Abweichungen, die nach Ermittlungsmethode B zu schätzen sind.

Eine zusätzliche Abweichung δY_j muss in der durch Gleichung (2) beschriebenen statistischen Modellgleichung berücksichtigt werden, wenn die entsprechende Varianz var(δY_j) mindestens 5 % zu der in Gleichung (3) beschriebenen Varianz var(Y) der Verteilung beiträgt. Anderenfalls darf die Abweichung δY_j in Unsicherheitsermittlung vernachlässigt werden.

In einem zweiten Schritt ist das Gesetz der Unsicherheitsfortpflanzung auf die durch Gleichung (2) beschriebene statistische Modellgleichung anzuwenden. Dies liefert den Schätzwert der Varianz var(Y) in Form der durch Gleichung (3) beschriebenen Varianzsummengleichung:

$$\mathrm{var}(Y) = \sum_{i=1}^{K} c_i^2 \,\mathrm{var}(x_i) + 2\sum_{i=1}^{K} \sum_{j=i+1}^{K} c_i \, c_j \,\mathrm{cov}(x_i, x_j) + \sum_{j=1}^{M} \mathrm{var}(\delta Y_j) \tag{3}$$

Dabei ist

var(Y) der Schätzwert der Varianz möglicher Messergebnisse Y;

c_i der Empfindlichkeitskoeffizient in Bezug auf Streuungen der Eingangsgröße x_i;

var(x_i) ein Schätzwert der Varianz der Eingangsgröße x_i;

cov(x_i, x_j) ein Schätzwert der Kovarianz zwischen den Eingangsgrößen x_i und x_j;

var(δY_j) ein Schätzwert der Varianz zusätzlicher Abweichungen δY_j.

Formal ist der Empfindlichkeitskoeffizient c_i die partielle Ableitung der Methodenmodellgleichung $y = f(x_1,..., x_K)$ nach Gleichung (4):

$$c_i = \frac{\partial f(x_1,\ldots,x_K)}{\partial x_i} \tag{4}$$

In der Praxis kann ein Empfindlichkeitskoeffizient c_i auf verschiedene Weise ermittelt werden:

— durch Anwendung algebraischer Regeln;

— durch numerische Berechnung der Ableitung;

— als Mittelwert des Verhältnisses der beobachteten Änderungen $\Delta y(j)$ des Messergebnis zur Änderung $\Delta x_i(j)$, die die beobachtete Änderung $\Delta y(j)$ verursacht. In diesem Fall gilt Gleichung (5):

$$c_i = \sum_{j=1}^{N} \frac{[\Delta y(j) / \Delta x_i(j)]}{N} \tag{5}$$

Schätzwerte für die Varianz var(x_i) in Gleichung (3) müssen entweder im Rahmen einer Auswertung nach Ermittlungsmethode A, die für das Experiment zur Ermittlung der Eingangsdaten geeignet ist, ermittelt werden oder durch Verweis auf externe Quellen. Auswertungen nach Ermittlungsmethode A für die Experimente vom Typ A1 bis A8 werden im Anhang B detailliert beschrieben.

Der Schätzwert der Varianz var(δY_j) der Abweichungen δY_j muss mit Hilfe einer in 8.3 beschriebenen Ermittlungsmethode B berechnet werden.

Kovarianzen cov(x_i, x_j) sind als null anzusehen, wenn die Reihen von Beobachtungen, die für die Eingangsgrößen x_i und x_j bereitgestellt werden, voneinander unabhängig in getrennten Experimenten ermittelt wurden. Andernfalls müssen die Schätzwerte der Kovarianzen cov(x_i, x_j) mit einer in 8.4 beschriebenen Methode berechnet werden.

7.3 Direkter Ansatz

Bei einem direkten Ansatz werden die Streuung und systematischen Messabweichungen von Messergebnissen y in gebündelter Weise in einem einzigen Experiment beispielsweise vom Typ A1 bis A8 untersucht. Eingangsdaten sind eine einzelne Reihe von Beobachtungen und die zugehörigen Referenzwerte. Falls notwendig, werden zusätzliche Abweichungen δY_j, die durch Einflüsse hervorgerufen werden, die nicht durch die Reihe von Messergebnissen berücksichtigt sind, durch fachkundige Beurteilungen ermittelt.

Unter diesen Bedingungen ist die statistische Modellgleichung für die Unsicherheitsermittlung durch Gleichung (6) gegeben:

$$Y = y + \sum_{j=1}^{M} \delta Y_j \tag{6}$$

Dabei ist

Y ein mögliches Messergebnis;

y ein als Eingangsdaten bereitgestelltes Messergebnis (siehe 6.4);

δY_j eine zusätzliche Abweichung des Messergebnisses y, die nicht in der Reihe von Messergebnissen enthalten ist;

M die Anzahl der zusätzlichen Abweichungen, die nach Ermittlungsmethode B zu schätzen sind.

Eine zusätzliche Abweichung δY_j muss in der durch Gleichung (6) beschriebenen statistischen Modellgleichung berücksichtigt werden, wenn die entsprechende Varianz var(δY_j) mindestens 5 % zu der in Gleichung (7) beschriebenen Varianz var(Y) der Verteilung beiträgt. Anderenfalls darf die Abweichung δY_j in der Unsicherheitsermittlung vernachlässigt werden.

Das Gesetz der Unsicherheitsfortpflanzung ist auf die durch Gleichung (6) beschriebene statistische Modellgleichung anzuwenden. Dies liefert den Schätzwert der Varianz var(Y) in Form der durch Gleichung (7) beschriebenen Varianzsummengleichung:

$$\mathrm{var}(Y) = \mathrm{var}(y) + \sum_{j=1}^{M} \mathrm{var}(\delta Y_j) \tag{7}$$

Dabei ist

var(Y) der Schätzwert der Varianz möglicher Messergebnisse Y;

var(y) ein Schätzwert der Varianz der Reihe von Messergebnissen y;

var(δY_j) ein Schätzwert der Varianz zusätzlicher Abweichungen δY_j, der nach Ermittlungsmethode B ermittelt wird.

Der Schätzwert der Varianz var(y) in Gleichung (7) muss im Rahmen einer Auswertung nach Ermittlungsmethode A, die für das Experiment zur Ermittlung der Eingangsdaten geeignet ist, ermittelt werden. Auswertungen nach Ermittlungsmethode A für die Experimente vom Typ A1 bis A8 werden im Anhang B detailliert beschrieben.

Schätzwerte der Varianz var(δY_j) der Abweichungen δY_j, die nicht in der Reihe von Messergebnissen enthalten sind, müssen mit Hilfe der in 8.3 beschriebenen Ermittlungsmethode B ermittelt werden.

ANMERKUNG Jeder direkte Ansatz kann als ein Spezialfall eines indirekten Ansatzes angesehen werden.

7.4 Statistische Gültigkeit

Die statistische Gültigkeit eines Schätzwertes der Varianz var(Y) oder der entsprechenden Standardunsicherheit $u(y) = \sqrt{\mathrm{var}(Y)}$, der in Übereinstimmung mit 7.2 oder 7.3 ermittelt wird, wird durch eine effektive Anzahl der Freiheitsgrade ν_{eff} beschrieben.

Im Allgemeinen kann die effektive Anzahl der Freiheitsgrade ν_{eff} des Schätzwertes für die Varianz var(Y) mit Hilfe der Welch-Satterthwaite-Gleichung (8a) für einen indirekten Ansatz und mit Hilfe der Gleichung (8b) für einen direkten Ansatz berechnet werden:

$$\nu_{\mathrm{eff}} = \frac{\mathrm{var}^2(Y)}{\sum_{i=1}^{K} \frac{c_i^4 \, \mathrm{var}^2(x_i)}{\nu_i} + \sum_{j=1}^{M} \frac{\mathrm{var}^2(\delta Y_j)}{\nu_j}} \tag{8a}$$

$$\nu_{\mathrm{eff}} = \frac{\mathrm{var}^2(Y)}{\frac{\mathrm{var}^2(y)}{\nu_y} + \sum_{j=1}^{M} \frac{\mathrm{var}^2(\delta Y_j)}{\nu_j}} \tag{8b}$$

Dabei ist

ν_{eff} die effektive Anzahl der Freiheitsgrade, die dem Schätzwert für die Varianz var(Y) zugeordnet ist;

ν_i die (effektive) Anzahl der Freiheitsgrade, die dem Schätzwert für die Varianz var(x_i) zugeordnet ist;

ν_j die (effektive) Anzahl der Freiheitsgrade, die dem Schätzwert für die Varianz var(δY_j) zugeordnet ist.

Wenn zusätzliche Abweichungen δY_j, die nicht durch die Reihe von Beobachtungen beschrieben werden, nur vernachlässigbare Beiträge zum Schätzwert für die Varianz var(Y) liefern, dürfen sie in Gleichung (8a) bzw. in Gleichung (8b) vernachlässigt werden.

Nicht ganze Zahlen, die für ν_{eff} berechnet werden, müssen zur nächsten ganzen Zahl abgerundet werden.

Manchmal können Schätzwerte für die Varianz, die durch Auswertung eines Datensatzes $x(j)$ mit j = 1 bis N ermittelt werden, in allgemeiner Form durch Gleichung (9) beschrieben werden:

$$\mathrm{var}(x) = s^2(x) + u_{\mathrm{B}}^2 \tag{9}$$

Dabei sind $s(x)$ die empirische Standardabweichung und u_{B} ein Bias. In diesem Fall kann die effektive Anzahl der Freiheitsgrade ν, die dem Schätzwert für die Varianz var(x) zugeordnet wird, in guter Näherung wie folgt ermittelt werden:

— durch die Anzahl unabhängiger Beobachtungen, die zur Berechnung von $s(x)$ verwendet werden, wenn der Beitrag der Standardabweichung $s(x)$ zur Varianz var(x) mindestens 50 % beträgt, wenn also $s^2(x)/\mathrm{var}(x) \geq 0{,}5$ ist;

— durch die Anzahl unabhängiger Daten, die zur Schätzung des Bias u_{B} verwendet werden, wenn der Beitrag des Bias u_{B} zur Varianz var(x) mindestens 50 % beträgt, wenn also $u_{\mathrm{B}}^2/\mathrm{var}(x) \geq 0{,}5$ ist.

8 Schätzung der Varianzen und Kovarianzen

8.1 Allgemeines

Zur Berechnung eines Schätzwertes für die Varianz var(Y) mit Hilfe der Varianzgleichung, die für einen direkten oder indirekten Ansatz nach 7 ermittelt wurde, müssen Schätzwerte für die Varianzen und Kovarianzen, die zur Varianzgleichung beitragen, wie folgt ermittelt werden:

— durch statistische Auswertung von Reihen von Beobachtungen (die so genannte Ermittlungsmethode A);

— durch fachkundige Beurteilung (die so genannte Ermittlungsmethode B).

8.2 Schätzwert für die Varianz vom Typ A

Die anwendbare Berechnungsmethode vom Typ A hängt vom Experiment zur Ermittlung der auszuwertenden Reihen von Beobachtungen ab. Obwohl im GUM die Betrachtung einer einfachen Zufallsstichprobe (Experiment vom Typ A1) im Vordergrund steht, gelten die allgemeinen Empfehlungen des GUM auch für Experimente vom Typ A2 bis A8.

Anhang B zeigt Berechnungsmethoden vom Typ A, die zur Schätzung von Varianzen aus Reihen von Beobachtungen, die mit Experimenten vom Typ A1 bis A8 gewonnen wurden, geeignet sind. Die Anwendung dieser Berechnungsmethoden wird empfohlen.

Diese Internationale Norm schließt die Anwendung anderer Berechnungsmethoden zur Schätzung von Varianzen nicht aus. Andere statistische Verfahren dürfen verwendet werden, wenn sie ausreichend dokumentiert sind und mit dem GUM übereinstimmen.

ANMERKUNG 1 Die Verwendung von Schätzwerten der Wiederholpräzision, der Vergleichpräzision und der Richtigkeit bei der Ermittlung der Messunsicherheit wird in ISO/TS 21748 beschrieben.

ANMERKUNG 2 Eine Vergleichstandardabweichung s_R, die im Rahmen einer Ringversuchsauswertung nach ISO 5725-2 oder durch Auswertung von Doppelniveauproben nach ISO 5725-5 ermittelt wurde, kann bei einem direkten Ansatz als Schätzwert für die Varianz var(y) = s^2_R verwendet werden, wenn der ausgewertete Datensatz die dominierenden Einflüsse, die das betrachtete Messverfahren beeinflussen, beschreibt.

8.3 Schätzwerte für die Varianz vom Typ B

Eine zusätzliche Abweichung δY_j des Messergebnisses y, die nicht in den experimentellen Daten enthalten ist, kann in konservativer Weise behandelt werden, wenn folgende Informationen verfügbar sind:

— Informationen über den erwarteten Streubereich [min(δY_j); max(δY_j)] der Abweichung δY_j und

— Informationen über den erwarteten Typ der statistischen Verteilung von δY_j.

Auf der Basis von derartigen Eingangsdaten wird ein konservativer Schätzwert für die Varianz der Abweichung δY_j nach Gleichung (10) ermittelt:

$$\mathrm{var}(\delta Y_j) = \frac{\left(\max(\delta Y_j) + \min(\delta Y_j)\right)^2}{4} + \frac{\left(\max(\delta Y_j) - \min(\delta Y_j)\right)^2}{12} \tag{10}$$

Im Falle von min(δY_j) = – max(δY_j), vereinfacht sich Gleichung (10) zu Gleichung (11):

$$\mathrm{var}(\delta Y_j) = \frac{\left(\max(\delta Y_j)\right)^2}{3} \tag{11}$$

Wenn dies angebracht ist, kann eine Abweichung δY_i des Messergebnisses y einer Abweichung δX_i einer beobachtbaren Einflussgröße x_i mit Hilfe eines bekannten Empfindlichkeitskoeffizienten c_i in der Form $\delta Y_i = c_i\ \delta X_i$ zugeordnet werden. Auf diese Weise kann eine Schätzung des Streubereiches von δY_j auf eine Schätzung des Streubereiches von δX_j zurückgeführt werden. Beispiele für die Auswertung nach Ermittlungsmethode B sind in Tabelle 4 dargestellt.

Tabelle 4 — Beispiele für die Auswertung nach Ermittlungsmethode B

Statistische Verteilung	**Bereich** $\max(\delta Y_j) = -\min(\delta Y_j)$	**Schätzwert für die Varianz** $\mathrm{var}(\delta Y_j)$
Rechteckverteilung	a	$a^2/3$
Dreieckverteilung	a	$a^2/6$

Eine Ermittlung der Messunsicherheit sollte nach 3.4.1 und 3.4.2 des ISO/IEC Guide 98:1995 weitestgehend auf der Basis beobachteter experimenteller Daten beruhen.

8.4 Schätzung von Kovarianzen

Die Kovarianz der Werte x_i und x_k, die zwei Eingangsgrößen der Methodenmodellgleichung zugeordnet sind, muss null sein, wenn eine der beiden folgenden Bedingungen erfüllt ist:

a) x_i und x_k nicht durch mehrmalige Beobachtung im selben Experiment ermittelt wurden;

b) entweder x_i oder x_k konstant gehalten wurden, während die jeweils andere Größe durch mehrmalige Beobachtung ermittelt wurde.

ANMERKUNG 1 Zum Vergleich siehe ISO/IEC Guide 98, F.1.2.1.

Demzufolge kann die Berechnung von Kovarianzen oft vermieden werden, indem ein geeignetes Experiment zur Ermittlung der Daten für die Unsicherheitsermittlung gewählt wird.

Falls zu erwarten ist, dass zwei Abweichungen δY_i und δY_k in positiver Weise korreliert sind, dürfen sie durch die Abweichung δY_{ik} mit dem Maximum $\max(\delta Y_{ik}) = \max(\delta Y_i) + \max(\delta Y_k)$ ersetzt werden. Auf diese Weise wird eine positive Kovarianz zwischen zwei Abweichungen δY_i und δY_k in einer konservativen Weise berücksichtigt.

Falls zu erwarten ist, dass zwei Abweichungen δY_i und δY_k in negativer Weise korreliert sind, sind sie so behandeln, als wären sie unkorreliert. Auf diese Weise wird eine negative Kovarianz zwischen zwei Abweichungen δY_i und δY_k in einer konservativen Weise berücksichtigt.

Falls die experimentellen Daten $\{x_i(j), x_k(j)\}$ mit j = 1 bis N von zwei Eingangsgrößen x_i und x_k der Methodenmodellgleichung $y = f(x_1,..., x_K)$ in einem Experiment, das einen Vergleich mit geeigneten Referenzwerten $x_{\mathrm{R}i}$ und $x_{\mathrm{R}k}$ erlaubt, gleichzeitig beobachtet wurden, ist ein unverfälschter Schätzwert der Kovarianz $\mathrm{cov}(x_i, x_k)$ nach Gleichung (12) zu berechnen:

$$\mathrm{cov}(x_i, x_k) = \sum_{j=1}^{N} \frac{\left(x_i(j) - x_{\mathrm{R}i}\right)\left(x_k(j) - x_{\mathrm{R}k}\right)}{N} + \mathrm{cov}(x_{\mathrm{R}i}, x_{\mathrm{R}k}) \qquad (12)$$

Die Kovarianz $\mathrm{cov}(x_{\mathrm{R}i}, x_{\mathrm{R}k})$ ist ein Schätzwert für die Korrelation zwischen den Referenzwerten $x_{\mathrm{R}i}$ und $x_{\mathrm{R}k}$. Diese ist null, wenn die Referenzwerte $x_{\mathrm{R}i}$ und $x_{\mathrm{R}k}$ unabhängig voneinander bestimmt wurden.

Für den Fall, dass jede Reihe von Beobachtungen $x_i(j)$ und $x_k(j)$ mit j = 1 bis N unverfälscht ist, sind die Referenzwerte $x_{\mathrm{R}i}$ und $x_{\mathrm{R}k}$ durch die Mittelwert $\bar{x}_i$ und $\bar{x}_k$ der Stichprobe zu ersetzen. Dies liefert den Schätzwert für die Kovarianz nach Gleichung (13):

$$\mathrm{cov}(x_i, x_k) = \sum_{j=1}^{N} \frac{\left(x_i(j) - \bar{x}_i\right)\left(x_k(j) - \bar{x}_k\right)}{N-1} \quad (13)$$

Dabei ist

$$\bar{x}_i = \sum_{j=1}^{N} \frac{x_i(j)}{N}$$

$$\bar{x}_k = \sum_{j=1}^{N} \frac{x_k(j)}{N}$$

Die Kovarianz zwischen zwei Mittelwerten $\bar{x}_i$ und $\bar{x}_k$, die aus unabhängigen Reihen von Beobachtungen ermittelt werden, ist nach Gleichung (14) zu schätzen:

$$\mathrm{cov}(\bar{x}_i, \bar{x}_k) = \sum_{j=1}^{N} \frac{\left(x_i(j) - \bar{x}_i\right)\left(x_k(j) - \bar{x}_k\right)}{N(N-1)} \quad (14)$$

ANMERKUNG 2 Wenn ein Datensatz $x(j)$ mit j = 1 bis N auf der Basis mehrmaliger Beobachtungen desselben Referenzmaterials mit dem festen Wert x_R ermittelt wird, ist die Kovarianz zwischen x_R und den beobachteten Abweichungen $\mathrm{d}x(j) = x(j) - x_\mathrm{R}$ null, d. h. $\mathrm{cov}(x_\mathrm{R}, \mathrm{d}x(j)) = 0$.

9 Ermittlung von Unsicherheitsparametern

9.1 Ziel

Die Messunsicherheit eines Ergebnisses y, das mit dem festgelegten Messverfahren ermittelt wird, kann entweder durch eine kombinierte Standardunsicherheit $u(y)$ oder durch eine erweiterte Messunsicherheit $U_p(y)$ mit einem festgelegten Überdeckungsgrad p quantifiziert werden.

9.2 Kombinierte Standardunsicherheit

Die (kombinierte) Standardunsicherheit $u(y)$ eines Messergebnisses y, das mit dem festgelegten Messverfahren ermittelt wird, ist nach Gleichung (15) zu berechnen:

$$u(y) = \sqrt{\mathrm{var}(Y)} \quad (15)$$

Dabei ist var(Y) ein Schätzwert für die Varianz, die für das Messergebnis y mit Hilfe der betreffenden Varianzgleichung berechnet wird (siehe Abschnitt 7).

Die relative Standardunsicherheit $w(y)$ eines Messergebnisses y ist nach Gleichung (16) zu berechnen:

$$w(y) = u(y) / y \quad (16)$$

Wenn die Standardunsicherheit $u(y)$ ausschließlich nach Ermittlungsmethode A bestimmt wird, kann eine Vertrauensgrenze für den unbekannten (wahren) Wert auf der Basis von $u(y)$ geschätzt und für ein Vertrauensniveau γ nach Gleichung (17) ermittelt werden:

$$L_\gamma\left(u(y)\right) = \sqrt{\nu_\mathrm{eff} / \chi^2(\gamma, \nu_\mathrm{eff})} \cdot u(y) \quad (17)$$

Dabei ist

$\chi^2(\gamma,\nu_{\text{eff}})$ das γ-Perzentil der Chi-Quadrat-Verteilung für ν_{eff} Freiheitsgrade.

Eine obere Vertrauensgrenze für den wahren Wert $\sigma(y)$ der Standardunsicherheit wird durch Multiplikation von $u(y)$ mit dem entsprechenden Faktor berechnet, beispielsweise mit 1,27 für γ = 0,90 und ν_{eff} = 20. In diesem Fall beträgt das Risiko, dass der wahre Wert $\sigma(y)$ der Standardunsicherheit den Wert $1{,}27 \cdot u(y)$ überschreitet, 10 %.

Tabelle 5 — γ-Perzentil der Chi-Quadrat-Verteilung für eine Anzahl der Freiheitsgrade ν_{eff}

ν_{eff}	$\sqrt{\nu_{\text{eff}} / \chi^2(\gamma,\nu_{\text{eff}})}$			
	γ = 0,05	γ = 0,50	γ = 0,90	γ = 0,95
5	0,67	1,07	1,76	2,09
10	0,74	1,03	1,43	1,59
15	0,77	1,02	1,32	1,44
20	0,80	1,02	1,27	1,36
30	0,83	1,01	1,21	1,27
40	0,85	1,01	1,17	1,23
50	0,86	1,01	1,15	1,20
60	0,87	1,01	1,14	1,18
70	0,88	1,00	1,12	1,16
80	0,89	1,00	1,12	1,15
100	0,90	1,00	1,10	1,13
150	0,91	1,00	1,08	1,11

9.3 Erweiterte Messunsicherheit

9.3.1 Allgemeines

Die erweiterte Messunsicherheit $U_p(y)$ des Messergebnisses y mit der Überdeckungswahrscheinlichkeit p ist durch Multiplikation der (kombinierten) Standardunsicherheit $u(y)$ mit dem Erweiterungsfaktor k, der der Überdeckungswahrscheinlichkeit p entspricht, nach Gleichung (18) zu berechnen:

$$U_p(y) = k\, u(y) \tag{18}$$

Die erweiterte Messunsicherheit $U_p(y)$ beschreibt ein Intervall $[y - U_p(y);\, y + U_p(y)]$ um das Messergebnis y, von dem erwartet wird, dass es einen großen Anteil p der Verteilung der Werte, die vernünftigerweise der Messgröße zugeordnet werden könnten, umfasst. Der Anteil p wird Überdeckungswahrscheinlichkeit oder Vertrauensniveau des Intervalls $[y - U_p(y);\, y + U_p(y)]$ genannt.

Die relative erweiterte Messunsicherheit $W_p(y)$ des Messergebnisses y mit Überdeckungswahrscheinlichkeit p wird nach Gleichung (19) berechnet:

$$W_p(y) = k\, w(y) \tag{19}$$

Der Erweiterungsfaktor k und die Überdeckungswahrscheinlichkeit p müssen bei der Dokumentation einer erweiterten Messunsicherheit $U_p(y)$ eines Messergebnisses y angegeben werden. Typische Erweiterungsfaktoren sind $k = 2$ oder $k = 3$.

Hinsichtlich des Zusammenhangs zwischen dem Erweiterungsfaktor k und der Überdeckungswahrscheinlichkeit p sind die folgenden Fälle zu unterscheiden:

a) Das Messergebnis y wird als Mittelwert von $N > 1$ unabhängigen Beobachtungen y_i derselben Messgröße mit einem festen Wert unter Verwendung derselben Messeinrichtung ermittelt. Die Verteilung der möglichen Ergebnisse Y um den unbekannten wahren Wert der Messgröße ist in guter Näherung gaußförmig. Die Standardunsicherheit $u(y)$ wird unter Verwendung von Eingangsdaten y_i, die zur Berechnung des Messergebnisses y verwendet werden, und unter Verwendung weiterer Eingangsdaten, die beispielsweise durch getrennte Auswertungen oder durch externe Quellen ermittelt wurden, geschätzt. Die effektive Anzahl der Freiheitsgrade des Schätzwertes der Messunsicherheit $u(y)$ ist ν.

b) Das Messergebnis y wird durch einzelne Anwendung des festgelegten Messverfahrens ermittelt. Die Verteilung der möglichen Ergebnisse Y um den unbekannten wahren Wert der Messgröße ist in guter Näherung gaußförmig. Die Standardunsicherheit $u(y)$ wird nur unter Verwendung von Eingangsdaten, die getrennt von dem Experiment ermittelt wurden, das die mit einem Unsicherheitsintervall zu qualifizierenden Ergebnisse y liefert, geschätzt. Die effektive Anzahl der Freiheitsgrade des Schätzwertes der Messunsicherheit $u(y)$ ist ν.

c) Das Messergebnis y wird durch einzelne Anwendung des festgelegten Messverfahrens ermittelt. Die Verteilung der möglichen Ergebnisse Y um den wahren Wert der Messgröße ist nicht gaußförmig.

Die Fälle a) und b) werden in 9.3.2 betrachtet. Der Fall c) kann in Anlehnung an 9.3.2 behandelt werden, wenn die sich ergebende erweiterte Messunsicherheit einer robusten Prüfung der zugehörigen Überdeckungswahrscheinlichkeit nach Anhang A unterworfen wird.

9.3.2 Erweiterte Messunsicherheit von Ergebnissen mit gaußförmiger Verteilung

Wenn die Verteilung von möglichen Messergebnissen Y in guter Näherung durch eine Gaußverteilung beschrieben werden kann und ein Schätzwert $u(y)$ der Standardabweichung dieser Gaußverteilung mit ν Freiheitsgraden verfügbar ist, ist die Beziehung zwischen dem Erweiterungsfaktor k und der Überdeckungswahrscheinlichkeit p des Unsicherheitsintervalls $[y - k \cdot u(y); y + k \cdot u(y)]$ nach Gleichung (20) zu berechnen:

$$k = t(p, \nu) \tag{20}$$

Dabei ist

$t(p, \nu)$ das (1–p)-Quantil der Studentschen t-Verteilung mit ν Freiheitsgraden;

p die Überdeckungswahrscheinlichkeit des Intervalls $[-t(p, \nu); +t(p, \nu)]$ durch die Studentsche t-Verteilung mit ν Freiheitsgraden;

ν die Anzahl der Freiheitsgrade $\nu = N - 1$, die der Standardunsicherheit $u(y)$ eines Messergebnisses y zugeordnet ist.

In diesem Fall kann das Unsicherheitsintervall $[y - k \cdot u(y); y + k \cdot u(y)]$ als ein Intervall interpretiert werden, das den unbekannten Wert μ der Messgröße für ein (näherungsweise) durch p beschriebenes Vertrauensniveau überdeckt. Diese Interpretation gilt besonders, wenn die (kombinierte) Standardunsicherheit $u(y)$ ausschließlich mit Auswertungen nach Ermittlungsmethode A ermittelt wird.

Tabelle 6 zeigt Erweiterungsfaktoren k für typische Überdeckungswahrscheinlichkeiten p, die auf der Basis einer Studentschen t-Verteilung ermittelt wurden.

Tabelle 6 — Aus einer Studentschen t-Verteilung ermittelter Erweiterungsfaktor $k = t(p,\ \nu)$ als Funktion der Überdeckungswahrscheinlichkeit p und der Anzahl der Freiheitsgrade ν

ν	k		
	p = 90 %	p = 95 %	p = 99 %
5	2,02	2,57	4,03
6	1,94	2,45	3,71
7	1,89	2,36	3,50
8	1,86	2,31	3,36
9	1,83	2,26	3,25
10	1,81	2,23	3,17
12	1,78	2,18	3,05
14	1,76	2,14	2,98
16	1,75	2,12	2,92
18	1,73	2,10	2,88
20	1,72	2,09	2,85
30	1,70	2,04	2,75
∞	1,645	1,96	2,58

Wenn ein einzelner Schätzwert einer erweiterten Messunsicherheit $U_p(y)$ wiederholt zukünftigen Ergebnissen $y' \cong y$ mittels der Beziehung $U_p(y') = U_p(y = y')$ zugeordnet wird, kann sich die gemeinsame Überdeckungswahrscheinlichkeit π aller Intervalle $[y' - U_p(y');\ y' + U_p(y')]$ leicht von der geforderten Überdeckungswahrscheinlichkeit p unterscheiden. Die Wahrscheinlichkeit α, dass die wahre Überdeckungswahrscheinlichkeit π des Intervalls $[y' - U_p(y');\ y' + U_p(y')]$ kleiner als der geforderte Wert p ist, kann mit dem in Anhang A beschriebenen Verfahren beurteilt werden.

ANMERKUNG 1 Für $\nu \geq 30$ beträgt die Wahrscheinlichkeit (Vertrauensniveau), dass ein Unsicherheitsintervall $[y - 2{,}0 \cdot u(y);\ y + 2{,}0 \cdot u(y)]$ den gesuchten Wert der Messgröße überdeckt, 95 % (oder mehr).

ANMERKUNG 2 Für $\nu \geq 30$ beträgt die Wahrscheinlichkeit, dass ein (zukünftiges) Messergebnis y eine Abweichung vom gesuchten wahren Wert der Messgröße von mehr als $2{,}0 \cdot u(y)$ aufweist, höchstens 5 %.

ANMERKUNG 3 Wenn ein Schätzwert $u(y)$ durch eine obere γ-Vertrauensgrenze $L_\gamma(u(y))$ ersetzt wird, wird die γ-Vertrauensgrenze für die erweiterte Messunsicherheit für ein Vertrauensniveau von 95 % mit $L_\gamma(U_{0,95}(y)) = 1{,}96 \cdot L_\gamma(u(y))$ berechnet.

10 Dokumentation

Ein Bericht über die Durchführung einer festgelegten Unsicherheitsermittlung muss (mindestens) die folgenden Elemente enthalten:

a) die Problembeschreibung einschließlich der folgenden Angaben:

1) Messverfahren;
2) geforderter Unsicherheitsparameter;
3) statistische Grundgesamtheit möglicher (zukünftiger) Messergebnisse;
4) Eingangsdaten und verwendete Experimente;
5) Repräsentativität der Eingangsdaten;
6) Einflüsse, die nicht durch Eingangsdaten beschrieben werden;

b) die statistische Analyse mit Beschreibung der statistischen Modellgleichung und der Varianzsummengleichung;

c) die Berechnungsmethoden mit Beschreibung der zur Schätzung der Varianzen und Kovarianzen der Eingangsdaten verwendeten Methoden;

d) die ermittelten Zahlenwerte für die Unsicherheitsparameter und ihr Gültigkeitsbereich.

Eine klare Festlegung des Gültigkeitsbereiches eines mitgeteilten Unsicherheitsparameters ist wichtig, um eine irreführende Verwendung zu vermeiden.

Anhang A
(informativ)

Prüfung einer Überdeckungswahrscheinlichkeit

A.1 Allgemeines

Entsprechend der Definition der erweiterten Messunsicherheit $U_p = k{\cdot}u$ kann die Überdeckungswahrscheinlichkeit p als der Teil der Verteilung der Werte der Messgröße angesehen werden, der durch das Intervall $[y - U_p; y + U_p]$ um das betrachtete Messergebnis y überdeckt wird.

Im Kontext der elementaren Statistik ist die Überdeckungswahrscheinlichkeit p äquivalent zum Anteil der Verteilung möglicher Ergebnisse Y, die erhältlich sind anstelle des beobachteten Messergebnisses y, das durch das Intervall $[\mu - U_p; \mu + U_p]$ um den eindeutigen aber unbekannten Wert μ der Messgröße überdeckt wird. Es wird angenommen, dass der Wert μ mit dem Mittelwert der Grundgesamtheit der Zufallsvariablen Y übereinstimmt. Dieses Konzept verwendet der GUM, um im Fall einer gaußschen Verteilung von möglichen Ergebnissen eine Überdeckungswahrscheinlichkeit p = 0,95 einer erweiterten Messunsicherheit $U_p = 2{\cdot}u$ zuzuordnen.

Unter praktischen Gesichtspunkten entspricht eine Überdeckungswahrscheinlichkeit p einem Anteil von Beobachtungen $y(j)$ eines Referenzmaterials, die in einem Intervall $[y_R - U_p; y_R + U_p]$ um den wahren Wert y_R des beobachteten Referenzmaterials enthalten sind. Durch statistische Schlussfolgerung kann ein Schätzwert der Überdeckungswahrscheinlichkeit p ebenso zur Vorhersage des Anteils zukünftiger Beobachtungen desselben Referenzmaterials, die im Intervall $[y_R - U_p; y_R + U_p]$ um den wahren Wert y_R enthalten sind, verwendet werden. Allerdings unterliegt diese Vorhersage einem statistischen Fehler.

Demzufolge ist die Bedeutung einer erweiterten Messunsicherheit $U_p = k{\cdot}u$ und einer entsprechenden Überdeckungswahrscheinlichkeit p nicht auf ein bestimmtes Messergebnis y beschränkt, sondern kann ebenso zur Vorhersage von Unsicherheitsbereichen $[y' - U_p; y' + U_p]$ mit der Überdeckungswahrscheinlichkeit p um zukünftige Beobachtungen y', die mit demselben Messverfahren gewonnen werden, verwendet werden. Die Unsicherheit dieser Vorhersage kann durch den Standardfehler $s(p)$ des Schätzwertes der Überdeckungswahrscheinlichkeit p beschrieben werden.

Eine robuste Statistik erlaubt die Schätzung der Überdeckungswahrscheinlichkeit p und des Standardfehlers $s(p)$. Außerdem kann eine robuste Statistik ohne die Voraussetzung einer gaußförmigen Fehlerverteilung verwendet werden. Schließlich wird in diesem Rahmen leicht die Prüfung eine Hypothese realisiert. Hierfür ist die einzige Grundvoraussetzung eine Reihe von Eingangsdaten, die in einem direkten Ansatz beispielsweise durch Anwendung eines der folgenden Verfahren gewonnen werden:

— Beobachtung eines Referenzmaterials einer Messgröße (Typ A2);

— Beobachtung verschiedener Referenzmaterialien im Rahmen einer Kalibrierung (Typ A3);

— Beobachtung verschiedener Referenzmaterialien im Rahmen einer Überprüfung (Typ A4);

— Vergleichsmessungen mit einem Referenzverfahren (Typ A5).

A.2 Robuste Schätzung der Überdeckungswahrscheinlichkeit

Im Folgenden wird eine robuste Schätzung der Überdeckungswahrscheinlichkeit für eine Reihe von N wiederholten Beobachtungen $y(j)$ eines einzelnen Referenzmaterials mit dem zertifizierten Wert y_R , die mit demselben Messverfahren gewonnen werden, beschrieben. Der Wert der erweiterten Messunsicherheit $U_p = k{\cdot}u$ oder $U_p = \Delta{\cdot}y$ wird beispielsweise durch Auswertung derselben Reihe von Beobachtungen $y(j)$ oder durch ein Datenqualitätsziel Δ bereitgestellt.

Für M der N wiederholten Beobachtungen $y(j)$, die die Beziehung $y_R - U_p \leq y(j) \leq y_R + U_p$ erfüllen, liefert der Wert $p = M/(N + 1)$ einen robusten Schätzwert der entsprechenden Überdeckungswahrscheinlichkeit. Dementsprechend liefert $p = N/(N + 1) < 1{,}00$ einen robusten Schätzwert der Überdeckungswahrscheinlichkeit, wenn alle der N Beobachtungen $y(j)$ die Beziehung erfüllen. Dieser Schätzwert beschreibt den (ungünstigsten) Fall, wenn nach N Beobachtungen $y(j)$ eines Referenzmaterials mit dem Wert y_R, der durch das Intervall $[y_R - U_p; y_R + U_p]$ überdeckt wird, eine weitere (zukünftige) Beobachtung y' desselben Referenzmaterials nicht in diesem Intervall enthalten ist. Dieses zeigt den unterschätzenden Charakter des robusten Schätzwertes $p = M/(N + 1)$.

Der Standardfehler des Schätzwertes $p = M/(N + 1)$ kann durch den Wert $s(p) = \sqrt{p(1-p)/(N+1)}$ beschrieben werden. Eine untere 95-%-Grenze p_L für die wahre Überdeckungswahrscheinlichkeit π ist für $N \geq 20$ durch $p_L = p - 1{,}64 \cdot s(p)$ gegeben [10]. In diesem Fall beträgt das Risiko, dass die wahre Überdeckungswahrscheinlichkeit π kleiner als p_L ist, $\alpha = 5$ %. Der so genannte Fehler 1. Art der Aussage $\pi \geq p_L$ beträgt entsprechend $\alpha = 5$ %. Die untere 95-%-Grenze p_L kann auch als untere 95-%-Vertrauensgrenze für die wahre Überdeckungswahrscheinlichkeit π bezeichnet werden.

Diese Überlegungen gelten auch, wenn mehrere Referenzmaterialien oder ein Referenzverfahren verwendet werden, um Realisierungen der Messgröße bereitzustellen. In diesen Fällen wird der Referenzwert y_R durch $y_R(j)$ ersetzt.

Tabelle A.1 zeigt Beispiele einer robusten Überdeckungswahrscheinlichkeit $p = M/(N + 1)$, den entsprechenden Standardfehler $s(p)$ und die untere 95-%-Grenze p_L.

Tabelle A.1 — Robuste Schätzung der Überdeckungswahrscheinlichkeit p

N	M	$p = M/(N + 1)$	$s(p)$	$p_L = p - 1{,}64 \cdot s(p)$
20	20	0,95	0,046	0,88
20	19	0,90	0,064	0,80
40	40	0,98	0,024	0,94
40	39	0,95	0,034	0,90
60	60	0,98	0,016	0,96
60	59	0,97	0,023	0,93
60	58	0,95	0,028	0,91
80	80	0,99	0,012	0,97
80	79	0,98	0,017	0,95
80	78	0,96	0,021	0,93
80	77	0,95	0,024	0,91
100	100	0,99	0,010	0,97
100	99	0,98	0,014	0,96
100	98	0,97	0,017	0,94
100	97	0,96	0,019	0,93
100	96	0,95	0,022	0,92
200	191	0,95	0,015	0,92

BEISPIEL 1 Für das Finden aller von $N = 20$ Beobachtungen eines Referenzmaterials mit dem Wert y_R, der durch das mit Hilfe der erweiterten Messunsicherheit $U_p = \Delta \cdot y$ gebildete Unsicherheitsintervall $[y_R(1 - \Delta); y_R(1 + \Delta)]$ überdeckt wird, beträgt ein robuster Schätzwert der Überdeckungswahrscheinlichkeit $p = N/(N + 1) = 0{,}95$ mit dem Standardfehler $s(p) = 0{,}046$. Die untere 95-%-Grenze für die wahre Überdeckungswahrscheinlichkeit ist durch $p_L = 0{,}88$ gegeben.

BEISPIEL 2 Für das Finden von $M = 39$ von insgesamt $N = 40$ Beobachtungen eines Referenzmaterials mit dem Wert y_R, der durch das mit Hilfe der erweiterten Messunsicherheit $U_p = \Delta \cdot y$ gebildete Unsicherheitsintervall $[y_R(1 - \Delta); y_R(1 + \Delta)]$ überdeckt wird, beträgt ein robuster Schätzwert der Überdeckungswahrscheinlichkeit $p = M/(N + 1) = 0{,}95$ mit dem Standardfehler $s(p) = 0{,}034$. Die untere 95-%-Grenze für die wahre Überdeckungswahrscheinlichkeit ist durch $p_L = 0{,}90$ gegeben. In diesem Fall wird erwartet, dass die erweiterte 95-%-Unsicherheit $U_{0,95} = \Delta \cdot y$ für die Unsicherheitsintervalle $[y'(1 - \Delta); y'(1 + \Delta)]$ um zukünftige Beobachtungen y' eine Überdeckungswahrscheinlichkeit von mindestens 90 % liefert.

BEISPIEL 3 Für das Finden aller von $N = 60$ Beobachtungen eines Referenzmaterials mit dem Wert y_R, der durch das mit Hilfe der erweiterten Messunsicherheit $U_p = \Delta \cdot y$ gebildete Unsicherheitsintervall $[y_R(1 - \Delta); y_R(1 + \Delta)]$ überdeckt wird, beträgt ein robuster Schätzwert der Überdeckungswahrscheinlichkeit $p = N/(N + 1) = 0{,}98$ mit dem Standardfehler $s(p) = 0{,}016$. Die untere 95-%-Grenze für die wahre Überdeckungswahrscheinlichkeit ist durch $p_L = 0{,}96$ gegeben.

A.3 Prüfung einer Überdeckungswahrscheinlichkeit

Im Folgenden wird eine Prüfung einer Überdeckungswahrscheinlichkeit p, die einem gegebenen Wert der erweiterten Messunsicherheit $U_p = k \cdot u$ oder $U_p = \Delta \cdot y$ zugeordnet ist, beschrieben. Aus Gründen der Vereinfachung wird eine Reihe von N Beobachtungen $y(j)$ eines Referenzmaterials mit dem zertifizierten Wert y_R betrachtet.

Die Wahrscheinlichkeit oder das Risiko α, weniger als M von N Beobachtungen $y(j)$ des Referenzmaterials y_R zu finden, die die Beziehung $y_R - U_p \le y(j) \le y_R + U_p$ erfüllen, wird nach Gleichung (A.1) berechnet [10]:

$$\alpha = 1 - \sum_{k=M}^{N} \binom{N}{k} \cdot p^k \cdot (1 - p)^{N-k} \tag{A.1}$$

Dabei ist p der wahre Wert der zugeordneten Überdeckungswahrscheinlichkeit.

Tabelle A.2 zeigt typische Werte des Risikos α für eine Überdeckungswahrscheinlichkeit $p = 0{,}95$. Tabelle A.2 gilt auch, wenn mehrere Referenzmaterialien oder ein Referenzverfahren verwendet werden, um Realisierungen der Messgröße bereitzustellen. In diesen Fällen wird der Referenzwert y_R durch $y_R(j)$ ersetzt.

Tabelle A.2 — Risiko α für das Finden von weniger als M von N Beobachtungen $y(j)$, die die Beziehung $y_R - U_p \le y(j) \le y_R + U_p$ für eine Überdeckungswahrscheinlichkeit $p = 0{,}95$ erfüllen

M	α					
	$N = 20$	$N = 40$	$N = 60$	$N = 80$	$N = 100$	$N = 200$
N	0,64	0,87	0,95	0,98	0,99	1,00
$N - 1$	0,26	0,60	0,81	0,91	0,96	1,00
$N - 2$	0,08	0,32	0,58	0,77	0,88	1,00
$N - 3$	0,02	0,14	0,35	0,57	0,74	0,99
$N - 4$	0,00	0,05	0,18	0,37	0,56	0,97
$N - 5$	0,00	0,01	0,08	0,21	0,38	0,94
$N - 6$	0,00	0,00	0,03	0,11	0,23	0,88
$N - 7$	0,00	0,00	0,01	0,05	0,13	0,79
$N - 8$	0,00	0,00	0,00	0,02	0,06	0,67
$N - 9$	0,00	0,00	0,00	0,01	0,03	0,55
$N - 10$	0,00	0,00	0,00	0,00	0,01	0,42
$N - 15$	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,04

BEISPIEL 1 Nach Tabelle A.2 ist das Risiko α, weniger als M = 19 von N = 20 (zukünftigen) Beobachtungen $y(j)$ zu finden, die die Beziehung $y_R - U_{0,95} \leq y(j) \leq y_R + U_{0,95}$ für einen gegebenen Wert der erweiterten Messunsicherheit $U_{0,95} = 2 \cdot u$ erfüllen, durch α = 26 % gegeben. Das Finden von weniger als M = 17 von N = 20 (zukünftigen) Beobachtungen, die die Beziehung erfüllen, ist sehr unwahrscheinlich (α = 0,02) und kann ein Grund dafür sein, den Schätzwert $U_{0,95} = 2 \cdot u$ mit einem Fehler 1. Art von weniger als 5 % zu verwerfen. Im letzteren Fall sollte der erweiterten Unsicherheit $U_{0,95} = 2 \cdot u$ eine Überdeckungswahrscheinlichkeit p < 0,95 zugeordnet werden.

BEISPIEL 2 Nach Tabelle A.2 ist das Risiko α, weniger als M = 39 von N = 40 (zukünftigen) Beobachtungen $y(j)$ zu finden, die die Beziehung $y_R - U_{0,95} \leq y(j) \leq y_R + U_{0,95}$ für einen gegebenen Wert der erweiterten Messunsicherheit $U_{0,95} = 2 \cdot u$ erfüllen, durch α = 32 % gegeben. Das Finden von weniger als M = 36 von N = 40 (zukünftigen) Beobachtungen, die die Beziehung erfüllen, ist sehr unwahrscheinlich (α = 0,05) und kann ein Grund dafür sein, den Schätzwert $U_{0,95} = 2 \cdot u$ mit einem Fehler 1. Art von weniger als 5 % zu verwerfen. Im letzteren Fall sollte der erweiterten Unsicherheit $U_{0,95} = 2 \cdot u$ eine Überdeckungswahrscheinlichkeit p < 0,95 zugeordnet werden.

BEISPIEL 3 Das Finden aller N = 60 (zukünftigen) Beobachtungen $y(j)$ innerhalb des Unsicherheitsintervalls $[y_R(1 - \Delta); y_R(1 + \Delta)]$ für ein gegebenes Datenqualitätsziel Δ ist mit einer Überdeckungswahrscheinlichkeit p = 0,95 sehr unwahrscheinlich (1 – α = 0,05). Dies kann ein Grund sein, die Hypothese p = 0,95 mit einem Fehler 1. Art von 5 % zu verwerfen und stattdessen p > 0,95 anzunehmen.

Anhang B
(informativ)

Berechnungsmethoden vom Typ A für Experimente vom Typ A1 bis A8

B.1 Allgemeines

Dieser Anhang stellt Berechnungsmethoden vom Typ A für die in dieser Internationalen Norm betrachteten Experimente vom Typ A1 bis A8 bereit (siehe 5.4). Tabelle B.1 gibt eine Übersicht. Die Beschreibung dieser Verfahren in B.2 bis B.10 enthält umfassende Informationen über das mathematische Verfahren und ein Schema für die numerische Berechnung.

Tabelle B.1 — Übersicht über die Berechnungsmethoden vom Typ A

Typ	Beschreibung	Abschnitt
A1	Einfache Zufallsstichprobe	B.2
A2	Beobachtung eines Referenzmaterials mit einer Messeinrichtung	B.3
A3	Beobachtung von Referenzmaterialien bei der Kalibrierung	B.4
A4	Beobachtung von Referenzmaterialien mit identischen Messeinrichtungen	B.5
A5 Fall 1	Vergleichsmessungen mit einem Referenzverfahren bei einer Kalibrierung	B.6
A5 Fall 2	Vergleichsmessungen mit einem Referenzverfahren bei einer Überprüfung	B.7
A6	Doppelbestimmungen mit identischen Messeinrichtungen	B.8
A7	Ringversuch mit identischen Messeinrichtungen	B.9
A8	Vergleichsmessungen mit identischen Messeinrichtungen	B.10

Jede der beschriebenen Berechnungsmethoden vom Typ A kann entweder bei einem direkten Ansatz oder als Teil eines indirekten Ansatzes verwendet werden. Bei einem direkten Ansatz ist die untersuchte Größe das Messergebnis y. Bei einem indirekten Ansatz ist die untersuchte Größe die Eingangsgröße x_i der jeweiligen Analysenfunktion $y = f(x_1,..., x_K)$, die zur Berechnung der Messergebnisse verwendet wird. Aus Gründen der Vereinfachung wird in B.2 bis B.10 das Messergebnis y als die zu untersuchende Größe betrachtet. Wenn diese Berechnungsmethoden als Teil eines indirekten Ansatzes verwendet werden, ist für diesen Teilschritt die Eingangsgröße x_i die untersuchte Größe y.

Die grundlegenden Elemente und Anweisungen für die Anwendung der Auswerteverfahren A1 bis A8 sind in Tabellenform dargestellt. Diese Tabellen legen auch die Informationen, die vom Anwender bei der Anwendung der jeweiligen Berechnungsmethode bereitgestellt werden müssen, fest.

Die Tabellen B.2 bis B.9 können als Vorlagen für spezifische Anwendungen verwendet werden. In diesem Fall müssen die Tabellen um diejenigen Informationen ergänzt werden, die spezifisch für die betrachtete Anwendung sind (siehe Beispiele in Anhang C).

Falls dies angebracht ist, ist die Analysenfunktion zur Berechnung der zu untersuchenden Größe in den Tabellen angegeben.

Falls dies angebracht ist, sind Anmerkungen mit Zusatzinformationen hinzugefügt, beispielsweise bei Abweichungen im Fall von signalproportionalen Unsicherheiten.

B.2 Einfache Zufallsstichprobe

Tabelle B.2 legt die Berechnungsmethode für Experimente vom Typ A1 (einfache Zufallsstichprobe) fest. Beispiele für die Berechnungsmethode A1 werden im GUM beschrieben.

Tabelle B.2 — Berechnungsmethode für Experimente vom Typ A1

Schritt	Element	Anweisung
1	**Problembeschreibung**	
	Untersuchte Größe	Messergebnis y
	Eingangsdaten	Reihen von unbasierten Beobachtungen $y(j)$ mit j = 1 bis N derselben Messgröße unter Verwendung derselben Messeinrichtung
	Referenzwert	Mittelwert $\bar{y} = \frac{1}{N}\sum_{j=1}^{N} y(j)$
	Zusatzinformation	Der Referenzwert $\bar{y}$ ist ein unbasierter Schätzwert des gesuchten wahren Wertes der Größe $y(j)$.
2	**Statistische Analyse**	
	Datenmodell	$y(j) = \bar{y} + e(j)$ mit $e(j) = y(j) - \bar{y}$
	Varianzgleichung	$\text{var}(y) = \frac{1}{N}\text{var}(y) + u^2(e) + 2 \cdot \text{cov}(\bar{y}, e)$
	Reststandardabweichung	$u(e) = \sqrt{\frac{1}{N}\sum_{j=1}^{N}\left(y(j) - \bar{y}\right)^2}$
	Kovarianz	$\text{cov}(\bar{y}, e) = 0$
	Bias von $y(j)$	Notwendige Voraussetzung: $y(j)$ = 0
3	**Ermittlung der Unsicherheitsparameter**	
	Standardunsicherheit	$u(y) = s(y) = \sqrt{\frac{1}{N-1}\sum_{j=1}^{N}\left(y(j) - \bar{y}\right)^2}$
	Anzahl der Freiheitsgrade	Wenn der Eingangsdatensatz $y(j)$ mit j = 1 bis N unbasiert ist, $\nu = N - 1$.
	Anwendungsbereich	$\min(y) \leq y \leq \max(y)$

Die Berechnungsmethode A1 kann nur angewandt werden, wenn zuvor bekannt ist, dass die Reihe der Eingangsdaten $y(j)$ mit j = 1 bis N unbasiert oder der Bias zumindest vernachlässigbar ist. Im Allgemeinen ist zunächst nachzuweisen, dass die Größe y unbasiert ist.

B.3 Mehrmalige Beobachtung eines Referenzmaterials mit einer Messeinrichtung

Tabelle B.3 legt die Berechnungsmethode für Experimente vom Typ A2 (mehrmalige Beobachtung eines Referenzmaterials mit einer Messeinrichtung) fest. Ein Beispiel für die Berechnungsmethode A2 wird in C.3 beschrieben.

Tabelle B.3 — Berechnungsmethode für Experimente vom Typ A2

Schritt	Element	Anweisung
1	**Problembeschreibung**	
	Untersuchte Größe	Messergebnis y
	Eingangsdaten	Reihen von Beobachtungen $y(j)$ mit j = 1 bis N eines Referenzmaterials unter Verwendung derselben Messeinrichtung
	Referenzwert	Akzeptierter Wert des Referenzmaterials y_R
	Zusatzinformation	Standardunsicherheit des Referenzmaterials $u(y_R)$
2	**Statistische Analyse**	
	Datenmodell	$y(j) = y_R + e(j)$ mit der Restabweichung $e(j) = y(j) - y_R$
	Varianzgleichung	$\mathrm{var}(y) = u^2(y_R) + u^2(e) + 2 \cdot \mathrm{cov}(y_R, e)$
	Reststandard-abweichung	$u(e) = \sqrt{\frac{1}{N} \sum_{j=1}^{N} (y(j) - y_R)^2}$
	Kovarianz	$\mathrm{cov}(y_R, e) = 0$
	Bias	$u_B = \lvert \bar{y} - y_R \rvert = \left\lvert \frac{1}{N} \sum_{j=1}^{N} y(j) - y_R \right\rvert$
3	**Ermittlung der Unsicherheitsparameter**	
	Standardunsicherheit	$u(y) = \sqrt{u^2(y_R) + u^2(e)}$
	Anzahl der Freiheits-grade	Falls $u(y) \cong u(e)$, dann gilt $\nu = N$. Anderenfalls ist das Verfahren zur Ermittlung der Eingangsdaten zu ändern.
	Anwendungsbereich	$\min(y) \le y \le \max(y)$

Die Standardunsicherheit $u(y)$ kann gleichwertig nach Gleichung (B.1) berechnet werden:

$$u(y) = \sqrt{s^2(y)\left(1 - \frac{1}{N}\right) + u_B^2 + u^2(y_R)} \tag{B.1}$$

Dabei ist $s(y)$ die Standardabweichung der Eingangsdaten $y(j)$ mit j = 1 bis N:

$$s(y) = \sqrt{\sum_{j=1}^{N} \frac{(y(j) - \bar{y})^2}{N - 1}}$$

B.4 Beobachtung verschiedener Referenzmaterialien bei einer Kalibrierung

Tabelle B.4 legt die Elemente der Unsicherheitsermittlung für Experimente vom Typ A3 (Beobachtung verschiedener Referenzmaterialien bei einer Kalibrierung) fest. Ein Beispiel für die Berechnungsmethode A3 wird in C.4 beschrieben.

Tabelle B.4 — Elemente der Unsicherheitsermittlung für Experimente vom Typ A3

Schritt	Element	Anweisung
1	**Problembeschreibung**	
	Untersuchte Größe	Messergebnis y
	Analysenfunktion	$y = x / b$ Dabei ist das unkorrigierte Messsignal der Messeinrichtung; der Korrekturfaktor.
	Eingangsdaten	Reihen von Beobachtungen $x(j)$ mit j = 1 bis N von K Referenzmaterialien bei einer Kalibrierung mit $K < N$
	Referenzwerte	Reihen von Referenzwerten $y_R(j)$ mit j = 1 bis N, wobei der Wert $y_R(j)$ des Referenzmaterials jeweils dem Beobachtungswert $x(j)$ zugeordnet ist. Entsprechend der Anzahl M von mehrmaligen Beobachtungen eines Referenzmaterials wird derselbe Werte M-fach der Reihe von Referenzwerten $y_R(j)$ mit j = 1 bis N zugeordnet.
	Zusatzinformation	Konstante Standardunsicherheit des Referenzmaterials, $u(y_R(j)) = u(y_R)$. Annahme einer konstanten Standardunsicherheit $u(y)$.
2	**Statistische Analyse**	
	Methodenmodellgleichung	$y = x / b$
	Varianzgleichung	$\mathrm{var}(y) = \left(\frac{u(x)}{b}\right)^2 + \left(\frac{y \cdot u(b)}{b}\right)^2 - 2 \cdot \mathrm{cov}(x, b)$
	Kovarianz	$\mathrm{cov}(x, b) = 0$
	Bias	Null auf Grund der Korrektion durch die Analysenfunktion
3	**Ermittlung von Eingangsgrößen**	
	Modellgleichung der Kalibrierung	$x(j) = b \cdot y_R(j) + e_x(j)$ mit der Restabweichung $e_x(j) = x(j) - b \cdot y_R(j)$
	Korrekturfaktor	$b = \frac{\bar{x}}{\bar{y}_R} = \left(\sum_{j=1}^{N} x(j)\right) / \left(\sum_{j=1}^{N} y_R(j)\right)$
	Reststandardabweichung	$u(e_x) = \sqrt{\frac{1}{N-1}\sum_{j=1}^{N}(x(j) - b \cdot y_R(j))^2}$
	Standardunsicherheit der Größe x	$u(x) = u(e_x)$
	Standardunsicherheit des Korrekturfaktors b	$u(b) = b \cdot \sqrt{\frac{1}{N}\left(\frac{u(x)}{\bar{x}}\right)^2 + \frac{1}{K}\left(\frac{u(y_R)}{\bar{y}_R}\right)^2}$

Tabelle B.4 *(fortgesetzt)*

Schritt	Element	Anweisung
4	**Ermittlung der Unsicherheitsparameter**	
	Standardunsicherheit	$u(y) = \sqrt{\left(\frac{u(e_x)}{b}\right)^2 + y^2\left(\frac{u(b)}{b}\right)^2}$
	Anzahl der Freiheitsgrade	Falls $u(y) \cong u(e_x)/b$, dann gilt $\nu = N-1$. Anderenfalls siehe 7.4.
	Anwendungsbereich	$\min(y) \le y \le \max(y)$

Das Verfahren A3 kann zur Auswertung einer Kalibrierung einer einzelnen Messeinrichtung eines festgelegten Typs verwendet werden. In diesem Fall wird die Reihe von auszuwertenden Beobachtungen vom Umfang N durch mehrmalige (M-fache) Beobachtung der $K = N/M$ verschiedenen Referenzmaterialien unter Verwendung derselben Messeinrichtung ermittelt.

Das Verfahren A3 kann im Rahmen einer Verfahrensvalidierung angewandt werden, die eine Biaskorrektion für alle Messeinrichtungen eines festgelegten Typs zum Ziel hat. In diesem Fall wird die Reihe von auszuwertenden Beobachtungen vom Umfang N ermittelt, indem jedes von $K = N/M$ verschiedenen Prüfgasen den M Probenahmeeinrichtungen jeweils gleichzeitig aufgegeben wird.

Falls dies angebracht ist, kann das hier verwendete Regressionsverfahren [11] auch durch andere dokumentierte Regressionsverfahren, die einen Schätzwert für die Steigung b und die Standardunsicherheit $u(b)$ liefern, ersetzt werden.

Der Fall einer konstanten relativen Messunsicherheit $u(y)/y$ wird im Rahmen der Berechnungsmethode A4 behandelt.

B.5 Beobachtung verschiedener Referenzmaterialien mit identischen Messeinrichtungen

Tabelle B.5 legt die Elemente der Unsicherheitsermittlung für Experimente vom Typ A4 (Beobachtung verschiedener Referenzmaterialien mit identischen Messeinrichtungen) fest. Ein Beispiel für die Berechnungsmethode A4 wird in C.5 beschrieben.

Tabelle B.5 — Elemente der Unsicherheitsermittlung für Experimente vom Typ A4

Schritt	Element	Anweisung
1	**Problembeschreibung**	
	Untersuchte Größe	Messergebnis y
	Analysenfunktion	$y = x/b$ Dabei ist x das unkorrigierte Messsignal der Messeinrichtung; b der Korrekturfaktor.
	Eingangsdaten	Reihen von Beobachtungen $x(j)$ mit j = 1 bis N von K Referenzmaterialien bei einer Kalibrierung mit $K < N$
	Referenzwerte	Reihen von Referenzwerten $y_R(j)$ mit j = 1 bis N Entsprechend der Anzahl M von mehrmaligen Beobachtungen eines Referenzmaterials wird derselbe Werte M-fach der Reihe von Referenzwerten $y_R(j)$ zugeordnet.

Tabelle B.5 *(fortgesetzt)*

Schritt	Element	Anweisung
	Zusatzinformation	Konstante relative Standardunsicherheit des Referenzmaterials, $u(y_\mathrm{R})/y_\mathrm{R}$ Annahme einer konstanten relativen Standardunsicherheit $u(y)/y$
2	**Statistische Analyse**	
	Methodenmodellgleichung	$y = x/b$
	Varianzgleichung	$\mathrm{var}(y) = \left(\frac{u(x)}{b}\right)^2 + \left(\frac{y \cdot u(b)}{b}\right)^2 - 2 \cdot \mathrm{cov}(x,b)$
	Kovarianz	$\mathrm{cov}(x,b) = 0$
	Bias	Null auf Grund der Korrektion mit der Analysenfunktion.
3	**Ermittlung von Eingangsgrößen**	
	Modellgleichung	$x(j) = y_\mathrm{R}(j) \cdot \left(b + e_x(j)\right)$ mit der relativen Abweichung $e_x(j) = \frac{x(j)}{y_\mathrm{R}(j)} - b$
	Korrekturfaktor	$b = \frac{1}{N} \sum_{j=1}^{N} \frac{x(j)}{y_\mathrm{R}(j)}$
	Reststandardabweichung	$u(e_x) = s\left(\frac{x}{y_\mathrm{R}}\right) = \sqrt{\frac{1}{N-1} \sum_{j=1}^{N} \left(\frac{x(j)}{y_\mathrm{R}(j)} - b\right)^2}$
	Relative Standardunsicherheit der Größe x	$\frac{u(x)}{x} = \frac{u(e_x)}{b}$
	Standardunsicherheit des Korrekturfaktors b	$u(b) = \frac{u(e_x)}{\sqrt{N}}$
4	**Ermittlung der Unsicherheitsparameter**	
	Relative Standardunsicherheit	$w(y) = \frac{s\left(\frac{x}{y_\mathrm{R}}\right)}{b} \cdot \sqrt{\left(1 + \frac{1}{N}\right)}$
	Anzahl der Freiheitsgrade	Falls $w(y) \cong \frac{1}{b} s\left(\frac{x}{y_\mathrm{R}}\right)$, dann gilt $\nu = N - 1$. Anderenfalls siehe 7.4.
	Anwendungsbereich	$\min(y) \le y \le \max(y)$

Das Verfahren A4 kann im Rahmen einer Verfahrensvalidierung angewandt werden, die eine Biaskorrektion für alle Messeinrichtungen eines festgelegten Typs zum Ziel hat. Solche Verfahrensvalidierungen werden beispielsweise im Bereich der gewerblichen Hygiene durchgeführt. In diesem Fall wird die Reihe von auszuwertenden Beobachtungen vom Umfang N ermittelt, indem jedes von $K = N/M$ verschiedenen Prüfgasen den M Probenahmeeinrichtungen jeweils gleichzeitig aufgegeben wird.

Das Verfahren A4 kann zur Auswertung einer Kalibrierung einer einzelnen Messeinrichtung eines festgelegten Typs verwendet werden. In diesem Fall wird die Reihe von auszuwertenden Beobachtungen vom Umfang N durch mehrmalige (Mfache) Beobachtung der $K = N/M$ verschiedenen Referenzmaterialien unter Verwendung derselben Messeinrichtung ermittelt.

Falls dies angebracht ist, kann das hier verwendete Regressionsverfahren [11] auch durch andere dokumentierte Regressionsverfahren, die einen Schätzwert für die Steigung b und die Standardunsicherheit $u(b)$ liefern, ersetzt werden.

Der Fall einer konstanten absoluten Messunsicherheit $u(y)$ wird im Rahmen der Berechnungsmethode A3 behandelt.

B.6 Vergleichsmessungen mit einem Referenzmessverfahren bei einer Kalibrierung

Tabelle B.6 legt die Elemente der Unsicherheitsermittlung für Experimente vom Typ A5 Fall 1 (Vergleichsmessungen mit einem Referenzmessverfahren bei einer Kalibrierung) fest. Ein Beispiel für die Berechnungsmethode A5 Fall 1 wird in C.6 beschrieben.

Tabelle B.6 — Elemente der Unsicherheitsermittlung für Experimente vom Typ A5 Fall 1

Schritt	Element	Anweisung
1	**Problembeschreibung**	
	Untersuchte Größe	Messergebnis y
	Analysenfunktion	$y = a + b \cdot (x - c)$ Dabei ist das Messergebnis; das unkorrigierte Messsignal der Messeinrichtung; Parameter der Analysenfunktion.
	Eingangsdaten	Reihe von unkorrigierten Messsignalen $x(j)$ mit j = 1 bis N der Messeinrichtung, die bei Vergleichsmessungen mit dem Referenzverfahren, das die Ergebnisse $y_\mathrm{R}(j)$ liefert, im Rahmen einer Kalibrierung ermittelt wurden.
	Referenzwerte	Messergebnisse $y_\mathrm{R}(j)$ mit j = 1 bis N, die mit dem Referenzverfahren im Rahmen der Kalibrierung ermittelt wurden.
	Zusatzinformation	Annahme einer konstanten Standardunsicherheit des Referenzverfahrens $u(y_\mathrm{R})$ Annahme einer konstanten Unsicherheit $u(y)$
2	**Statistische Analyse**	
	Methodenmodellgleichung	$y = a + b \cdot (x - c) + e_y$
	Varianzgleichung	$\mathrm{var}(y) = u^2(a) + u^2(b) \cdot (x - c)^2 + b^2 \cdot u^2(c) + u^2(e_y)$
	Kovarianz	$\mathrm{cov}(x,a) = \mathrm{cov}(x,b) = \mathrm{cov}(x,c) = 0$ $\mathrm{cov}(a,b) = \mathrm{cov}(b,c) = \mathrm{cov}(c,a) = 0$
3	**Ermittlung von Eingangsgrößen**	
	Modellgleichung der Kalibrierung	$y_\mathrm{R}(j) = a + b \cdot (x(j) - c) + e_y(j)$ mit der Abweichung $e_y(j) = y_\mathrm{R}(j) - a - b \cdot (x(j) - c)$
	Parameter a	$a = \bar{y}_\mathrm{R} = \frac{1}{N} \sum_{j=1}^{N} y_\mathrm{R}(j)$

Tabelle B.6 *(fortgesetzt)*

Schritt	Element	Anweisung
	Parameter b	$b = \dfrac{\sum_{j=1}^{N} (y_{\mathrm{R}}(j) - a) \cdot (x(j) - c)}{\sum_{j=1}^{N} (x(j) - c)^2}$
	Standardunsicherheit von b	$u(b) \cong \sqrt{\dfrac{u^2(e_y)}{\sum_{j=1}^{N} (x(j) - c)^2}}$
	Parameter c	$c = \bar{x} = \dfrac{1}{N} \sum_{j=1}^{N} x(j)$
	Reststandard-abweichung	$u(e_y) = \sqrt{\dfrac{1}{N-2} \sum_{j=1}^{N} e_y^2(j)}$
4	**Ermittlung der Unsicherheitsparameter**	
	Standardunsicherheit	$u(y) = \sqrt{\left(1 + \dfrac{1}{N}\right) \cdot u^2(e_y) + \left(\dfrac{u(b)}{b}\right)^2 (y - \bar{y}_{\mathrm{R}})^2}$
	Anzahl der Freiheits-grade	Falls $u(y) \cong u(e_y)$, dann gilt $\nu = N - 2$. Anderenfalls siehe 7.4.
	Anwendungsbereich	$\min(y) \leq y \leq \max(y)$

Die Unsicherheit $u(y_{\mathrm{R}})$ des Referenzverfahrens und die Unsicherheit der Messsignale x werden implizit durch $u(e_y)$ berücksichtigt.

Im Fall von signalproportionalen Unsicherheiten mit $u(y)/y$ = konstant und $u(y_{\mathrm{R}})/y_{\mathrm{R}}$ = konstant und für $N \geq 10$ wird die relative Standardunsicherheit $w(y)$ der untersuchten Größe y in guter Näherung durch Gleichung (B.2) geschätzt, welche nur unter den oben genannten Bedingungen anwendbar ist:

$$w(y) = \frac{u(y)}{y} \cong \sqrt{\left(1 + \frac{1}{N}\right) \cdot \frac{1}{N-2} \sum_{j=1}^{N} \left(\frac{y(j)}{y_{\mathrm{R}}(j)} - 1\right)^2 + \left(\frac{u(b)}{b}\right)^2 \cdot \left(\frac{y-a}{y}\right)^2} \qquad \text{(B.2)}$$

Die Analysenfunktion $y = a + b \cdot (x - c)$ ist gleichwertig zu der Gleichung $y = A + b \cdot x$ mit $A = a - b \cdot c$.

Falls dies angebracht ist, kann die hier verwendete gewöhnliche Methode der kleinsten Quadrate [11] auch durch andere dokumentierte Regressionsverfahren, die eine Schätzwert für die Steigung b und die Standard-unsicherheit $u(b)$ liefern, ersetzt werden.

B.7 Vergleichsmessungen mit einem Referenzmessverfahren bei einer Überprüfung

Tabelle B.7 legt die Elemente der Unsicherheitsermittlung für Experimente vom Typ A5 Fall 2 (Vergleichsmessungen mit einem Referenzmessverfahren bei einer Überprüfung) fest. Ein Beispiel für die Berechnungsmethode A5 Fall 2 wird in C.7 beschrieben.

Tabelle B.7 — Elemente der Unsicherheitsermittlung für Experimente vom Typ A5 Fall 2

Schritt	Element	Anweisung
1	**Problembeschreibung**	
	Untersuchte Größe	Messergebnis y
	Eingangsdaten	Reihe von Beobachtungen $y(j)$ mit j = 1 bis N der Messeinrichtung, die gleichzeitig mit den Ergebnissen $y_R(j)$ des Referenzverfahrens im Rahmen einer Überprüfung ermittelt wurden.
	Referenzwerte	Reihe von Beobachtungen $y_R(j)$, die vom Referenzverfahren bei bei Vergleichsmessungen mit der Messeinrichtung gewonnen wurden.
	Zusatzinformation	Die Eingangsdaten werden nicht zur Korrektion der Messeinrichtung verwendet; konstante Standardunsicherheit $u(y_R)$ des Referenzverfahrens; Annahme einer konstanten Unsicherheit $u(y)$.
2	**Statistische Analyse**	
	Statistische Modellgleichung	$y(j) = y_R(j) + e_y(j)$ mit der Abweichung $e_y(j) = y(j) - y_R(j)$
	Varianzgleichung	$\mathrm{var}(y) = u^2(y_R) + u^2(e_y) + 2 \cdot \mathrm{cov}(y_R, e_y)$
	Kovarianz	$\mathrm{cov}(y_R, e_y) = -u^2(y_R)$
	Reststandardabweichung	$u(e_y) = \sqrt{\frac{1}{N}\sum_{j=1}^{N}(y(j) - y_R(j))^2}$
	Bias	$u_B(y) = \frac{1}{N}\sum_{j=1}^{N}(y(j) - y_R(j))$
3	**Ermittlung der Unsicherheitsparameter**	
	Standardunsicherheit	$u(y) = \sqrt{\frac{1}{N}\sum_{j=1}^{N}(y(j) - y_R(j))^2 - u^2(y_R)}$
	Anzahl der Freiheitsgrade	Falls $u_B^2(y) \leq 0{,}5 \cdot u^2(y)$, dann gilt $\nu = N$.
	Anwendungsbereich	$\min(y) \leq y \leq \max(y)$

Die Gleichung zur Schätzung von $u(y)$ ist nur anwendbar, wenn die Standardunsicherheit des Referenzverfahrens $u(y_R)$ mit einer Ermittlungsmethode A ermittelt wird und die Beziehung $u(y_R) \leq 0{,}3 \cdot u(y)$ erfüllt ist. Andernfalls ist der Wert von $u(y_R)$ auf null zu setzen, um einen konservativen Schätzwert für $u(y)$ zu erhalten.

Im Fall von signalproportionalen Unsicherheiten mit $u(y)/y$ = konstant und $u(y_R)/y_R$ = konstant und für $N \geq 10$ wird die relative Standardunsicherheit $w(y)$ der untersuchten Größe y in guter Näherung durch Gleichung (B.3) geschätzt, welche nur unter den oben genannten Bedingungen anwendbar ist:

$$w(y) = \frac{u(y)}{y} = \sqrt{\frac{1}{N}\sum_{j=1}^{N}\left(\frac{y(j)}{y_R(j)} - 1\right)^2 - \left(\frac{u(y_R)}{y_R}\right)^2} \tag{B.3}$$

B.8 Doppelbestimmungen mit zwei identischen Messeinrichtungen

Tabelle B.8 legt die Elemente der Unsicherheitsermittlung für Experimente vom Typ A6 (Doppelbestimmungen mit zwei identischen Messeinrichtungen) fest. Ein Beispiel für die Berechnungsmethode A6 wird in C.8 beschrieben.

Tabelle B.8 — Elemente der Unsicherheitsermittlung für Experimente vom Typ A6

Schritt	Element	Anweisung
1	**Problembeschreibung**	
	Untersuchte Größe	Messergebnis y
	Eingangsdaten	Reihen von Beobachtungen $y(1,j)$ und $y(2,j)$ mit j = 1 bis N, die durch zeitgleiche Doppelbestimmungen mit zwei identischen, unabhängig voneinander betriebenen Messeinrichtungen gewonnen wurden.
	Referenzwerte	Mittelwerte $y_{\mathrm{R}}(j) = (y(1,j) + y(2,j))/2$
	Zusatzinformation	Konstante Standardunsicherheit des Referenzverfahrens, $u(y_{\mathrm{R}}) = u(y)/\sqrt{2}$; Annahme einer konstanten Unsicherheit $u(y)$.
2	**Statistische Analyse**	
	Statistische Modellgleichung	$y(1,j) = y_{\mathrm{R}}(j) + e(1,j)$ $y(2,j) = y_{\mathrm{R}}(j) + e(2,j)$ mit den Abweichungen $e(1,j) = \left(y(1,j) - y(2,j)\right)/2$ $e(2,j) = -e(1,j)$
	Varianzgleichung	$\mathrm{var}\left(y(1,j)\right) = \mathrm{var}\left(y(1,j)\right)/2 + \frac{1}{4N}\sum_{j=1}^{N}\left(y(1,j) - y(2,j)\right)^2$ $\mathrm{var}\left(y(2,j)\right) = \mathrm{var}\left(y(1,j)\right)$
	Kovarianz	$\mathrm{cov}\left(y_{\mathrm{R}}(j), e(k,j)\right) = 0$
	Bias	$u_{\mathrm{B}}(y) = \frac{1}{N}\sum_{j=1}^{N}\left(y(1,j) - y(2,j)\right)$
3	**Ermittlung der Unsicherheitsparameter**	
	Standardunsicherheit	$u(y) = \sqrt{\frac{1}{2 \cdot N}\sum_{j=1}^{N}\left(y(1,j) - y(2,j)\right)^2}$
	Anzahl der Freiheitsgrade	Falls $u_{\mathrm{B}}^2(y) \leq 0{,}5 \cdot u^2(y)$, dann gilt $\nu = N$. Anderenfalls siehe 7.4.
	Anwendungsbereich	$\min(y) \leq y \leq \max(y)$

Das Verfahren A6 ist nicht geeignet, um einen gemeinsamen Bias der beiden Messeinrichtungen im Rahmen der Unsicherheitsermittlung zu berücksichtigen.

Im Fall von signalproportionalen Unsicherheiten mit $u(y)/y$ = konstant wird die relative Standardunsicherheit $w(y)$ der untersuchten Größe y nach Gleichung (B.4) berechnet:

$$w(y) = \frac{u(y)}{y} = \sqrt{\frac{1}{2N}\sum_{j=1}^{N}\left(\frac{y(1,j)}{y(2,j)} - 1\right)^2} \quad \text{(B.4)}$$

B.9 Ringversuch mit identischen Messeinrichtungen

Tabelle B.9 legt die Elemente der Unsicherheitsermittlung für Experimente vom Typ A7 (Ringversuch mit identischen Messeinrichtungen) fest. Ein Beispiel für die Berechnungsmethode A7 wird in C.9 beschrieben.

Tabelle B.9 — Elemente der Unsicherheitsermittlung für Experimente vom Typ A7

Schritt	Element	Anweisung
1	**Problembeschreibung**	
	Untersuchte Größe	Messergebnis y
	Eingangsdaten	Reihen von Beobachtungen $y(k,j)$ mit j = 1 bis N derselben (unbekannten) Messgröße mit identischen Messeinrichtungen k = 1 bis K
	Referenzwert	Mittelwert $\bar{\bar{y}} = \frac{1}{K \cdot N}\sum_{k=1}^{K}\sum_{j=1}^{N} y(k,j)$
	Zusatzinformation	Annahme einer konstanten Unsicherheit $u(y)$. Referenzwert $\bar{\bar{y}}$ wird als unbasierter Schätzwert des wahren Wertes der Messgröße angenommen.
2	**Statistische Analyse**	
	Datenmodell	$y(k,j) = \bar{\bar{y}} + a(k) + e(k,j)$ mit Restabweichung $e(k,j) = y(k,j) - \overline{y(k)}$, Laborbias $a(k) = \overline{y(k)} - \bar{\bar{y}}$, Labormittelwert $\overline{y(k)} = \frac{1}{N}\sum_{j=1}^{N} y(k,j)$.
	Varianzgleichung	$\mathrm{var}(y) = u^2(\bar{\bar{y}}) + u^2(a) + u^2(e)$
	Kovarianz	$\mathrm{cov}(\bar{\bar{y}}, e) = \mathrm{cov}(a, e) = \mathrm{cov}(\bar{\bar{y}}, a) = 0$

Tabelle B.9 *(fortgesetzt)*

Schritt	Element	Anweisung
3	**Ermittlung der Unsicherheitsparameter**	
	Wiederholstandard-abweichung	$u(e) = s_{\mathrm{r}}(y) = \sqrt{\frac{1}{K}\sum_{k=1}^{K} s^2(k)}$
	laborinterne Standard-abweichung	$s(k) = \sqrt{\frac{1}{N-1}\sum_{j=1}^{N}\left(y(k,j) - \overline{y(k)}\right)^2}$
	Streuung zwischen den Laboratorien	$u(a) = \sqrt{\frac{1}{K}\sum_{k=1}^{K}\left(\overline{y(k)} - \bar{\bar{y}}\right)^2}$
	Standardunsicherheit des Referenzwertes	$u(\bar{\bar{y}}) = \sqrt{\frac{1}{K}u^2(a)}$
	Standardunsicherheit	$u(y) = \sqrt{\frac{1}{K-1}\sum_{k=1}^{K}\left(\overline{y(k)} - \bar{\bar{y}}\right)^2 + s_{\mathrm{r}}^2(y)}$
	Anzahl der Freiheits-grade	Falls $u(y) \cong u(a)$, dann gilt $\nu \cong K - 1$. Falls $u^2(a) \leq 0{,}5 \cdot u^2(y)$, dann gilt $\nu \cong K \cdot N - 1$. Anderenfalls siehe 7.4.
	Anwendungsbereich	$\min(y) \leq y \leq \max(y)$

Das Verfahren A7 ist nicht geeignet, um einen gemeinsamen Bias der verglichenen Messeinrichtungen im Rahmen der Unsicherheitsermittlung zu berücksichtigen.

B.10 Vergleichsmessungen mit identischen Messeinrichtungen unter Feldbedingungen

Tabelle B.10 legt die Elemente der Unsicherheitsermittlung für Experimente vom Typ A8 (Vergleichsmessungen mit identischen Messeinrichtungen unter Feldbedingungen) fest. Ein Beispiel für die Berechnungsmethode A8 wird in C.10 beschrieben.

Tabelle B.10 — Elemente der Unsicherheitsermittlung für Experimente vom Typ A8

Schritt	Element	Anweisung
1	**Problembeschreibung**	
	Untersuchte Größe	Messergebnis y
	Eingangsdaten	Reihen von Beobachtungen $y(k, j)$, die im Versuch j = 1 bis N mit den Messeinrichtungen k = 1 bis K ermittelt wurden.
	Referenzwerte	Mittelwert $y_{\mathrm{R}}(j) = \frac{1}{K} \sum_{k=1}^{K} y(k, j)$ für den Versuch j
	Zusatzinformation	Annahme einer konstanten Unsicherheit $u(y)$. Die Referenzwerte werden für jeden Versuch als unbasierte Schätzwerte angenommen.
2	**Statistische Analyse**	
	Datenmodell	$y(k, j) = y_{\mathrm{R}}(j) + e(k, j)$ mit der Restabweichung $e(k, j) = y(k, j) - y_{\mathrm{R}}(j)$
	Varianzgleichung	$\mathrm{var}(y) = \frac{1}{N} \sum_{j=1}^{N} s^2(j)$
	Standardabweichung für jeden Versuch	$s(j) = \sqrt{\frac{1}{K-1} \sum_{k=1}^{K} \left(y(k, j) - y_{\mathrm{R}}(j)\right)^2}$
	Kovarianz	$\mathrm{cov}\left(y_{\mathrm{R}}(j), e(k, j)\right) = 0$
	Gerätebias	$a(k) = \overline{y_k} - \overline{\overline{y}}$ mit $\overline{y_k} = \frac{1}{N} \sum_{j=1}^{N} y(k, j)$ und $\overline{\overline{y}} = \sum_{k=1}^{K} \overline{y_k}$
	Bias	$u_{\mathrm{B}}(y) = \sqrt{\frac{1}{K} \sum_{k=1}^{K} a^2(k)}$
3	**Ermittlung der Unsicherheitsparameter**	
	Standardunsicherheit	$u(y) = \sqrt{\frac{1}{N} \sum_{j=1}^{N} s^2(j)}$
	Anzahl der Freiheitsgrade	Falls $u(y) \cong u_{\mathrm{B}}(y)$, dann gilt $\nu \cong K$. Falls $u_{\mathrm{B}}^2(y) \leq 0{,}5 \cdot u^2(y)$, dann gilt $\nu \cong N\,(K-1)$. Anderenfalls siehe 7.4.
	Anwendungsbereich	$\min(y) \leq y \leq \max(y)$

Das Verfahren A8 ist nicht geeignet, um einen gemeinsamen Bias der verglichenen Messeinrichtungen im Rahmen der Unsicherheitsermittlung zu berücksichtigen.

Im Fall von signalproportionalen Unsicherheiten mit $u(y)/y$ = konstant wird die relative Standardunsicherheit $w(y)$ der untersuchten Größe y nach Gleichung (B.5) berechnet:

$$w(y) = \frac{u(y)}{y} = \sqrt{\frac{1}{N(K-1)} \sum_{j=1}^{N} \sum_{k=1}^{K} \left(\frac{y(k, j)}{y_{\mathrm{R}}(j)} - 1 \right)^2} \tag{B.5}$$

Anhang C
(informativ)

Beispiele

C.1 Einleitung

Dieser Anhang enthält Beisiele, die die praktische Anwendung dieser Internationalen Norm zeigen. Die Arbeitsschritte und ermittelten Ergebnisse sowie die ausgewerteten Eingangsdaten sind für jedes Beispiel in getrennten Tabellen dargestellt. Diese Tabellen können als Vorlagen für die Bearbeitung zukünftiger Anwendungen des beschriebenen Typs dienen.

Die Haupttabellen in C.3 bis C.10 sind in die drei Teile Problembeschreibung, Datenaufbereitung und die sich ergebenden Unsicherheitsparameter aufgeteilt. Der Schritt 2 (Datenaufbereitung) fasst die zusammengehörenden mathematischen Arbeitsschritte der statistischen Analyse und der Ermittlung der Varianzen und Kovarianzen unter einer gemeinsamen Überschrift zusammen.

Tabelle C.1 zeigt eine Übersicht der Beispiele.

Tabelle C.1 — Beispiele

Abschnitt	Beispiel	Experiment
C.2	Bereitstellung durch GUM	A1
C.3	Überprüfung einer Ozonmesseinrichtung mit Prüfmitteln	A2
C.4	Kalibrierung eines Gaschromatographen mit Benzol-Standardlösungen	A3
C.5	Untersuchung eines Toluol-Messverfahrens zur Verwendung im Bereich der gewerblichen Hygiene	A4
C.6	Kalibrierung einer automatischen Emissionsmesseinrichtung	A5 Fall 1
C.7	Vergleich einer Passivprobenahme (Palmes) von Stickstoffdioxid mit einem Referenzverfahren	A5 Fall 2
C.8	Doppelbestimmungen von Quecksilber in den Emissionen einer stationären Quelle mit einem manuellen Messverfahren	A6
C.9	Ringversuchsvergleich eines Messverfahrens für Kohlenstoffmonoxid in der Außenluft	A7
C.10	Feldvalidierung eines Messverfahrens für Blei in der Außenluft	A8

C.2 Einfache Zufallsstichprobe

Beispiele für die Berechnungsmethode A1 werden im GUM behandelt.

C.3 Überprüfung einer Ozonmesseinrichtung mit Prüfmitteln

Dieses Beispiel zeigt die Auswertung eines Satzes von Eingangsdaten, die durch tägliche Überprüfung einer automatischen Ozon-Messeinrichtung ermittelt wurden, mit Hilfe der in Anhang B.3 beschriebenen Berechnungsmethode A2.

Die Arbeitsschritte und die ermittelten Ergebnisse sind in Tabelle C.2 dargestellt. Tabelle C.3 zeigt die ausgewerteten Eingangsdaten. Tabelle C.4 enthält eine ausführliche Darstellung der ermittelten Unsicherheitsparameter.

Die Untersuchung lieferte die folgenden Ergebnisse. Die Standardunsicherheit $u(y)$ der über eine Stunde gemittelten Ozonkonzentrationen y im Intervall 10 µg/m$^3 \leq y \leq$ 240 µg/m^3 liegt im Bereich 1 µg/m$^3 \leq u(y) \leq$ 8,9 µg/m^3. Die erweiterte Messunsicherheit $U_{0,95}(y)$ für ein Vertrauensniveau von 95 % erreicht für 60 µg/m$^3 \leq y \leq$ 240 µg/m^3 den Wert 8 %.

Die ermittelten Unsicherheitsparameter sind geeignet, die Unsicherheit der Stundenwerte der Ozonkonzentration, die mit der überprüften Messeinrichtung in dem Untersuchungszeitraum von 20 Tagen ermittelt wurden, zu beschreiben.

Tabelle C.2 — Arbeitsschritte und Ergebnisse

Schritt	Element	Anweisung	Ergebnis
1	**Problembeschreibung**		
	Messverfahren	Automatisches Messverfahren für Ozon in der Außenluft auf der Basis von UV-Absorption	–
	Kontrollbedingungen	Aufgabe von Nullgas und Prüfgas alle 25 h und tägliche Nullpunktkorrektur; Null- und Prüfgas werden täglich mittels Ozongenerator hergestellt.	–
	Umgebungsbedingungen	Änderungen der Temperatur, des Drucks, der Feuchte und der Windgeschwindigkeit	–
	Untersuchte Größe	Messergebnis: 1-h-Mittelwert der Ozonkonzentration in der Außenluft an einem bestimmten Messort	y
	Analysenfunktion	$y = x - e(j)$ Dabei ist y das Messergebnis; x das unkorrigierte Messsignal der Messeinrichtung; $e(j)$ die Offsetkorrektur für den Tag j.	–
	Geforderte Unsicherheitsparameter	Standardunsicherheit der Ozonkonzentration im Bereich 10 µg/m$^3 < y <$ 280 µg/m^3 .... Erweiterte 95-%-Messunsicherheit der Ozonkonzentration y für ein Vertrauensniveau von 95 % im Bereich 10 µg/m$^3 < y <$ 280 µg/m^3	$u(y)$ $U_{0,95}(y)$
	Experiment	Typ A2 mit einem direkten Ansatz: Schritt 1: tägliche Aufgabe von Nullgas und Ermittlung der Offsetkorrektur $e(j)$ mittels der Beziehung $e(j) = x_0(j)$. Schritt 2: tägliche Aufgabe von Prüfgas, das mit dem Ozongenerator hergestellt wird, und Ermittlung des Faktors $\beta(j)$ mittels der Beziehung $\beta(j) = x_S(j) / y_S$.	–
	Eingangsdaten	Reihen von Offsetkorrekturen $e(j)$ mit j = 1 bis N = 20. Reihen von beobachteten Spanfaktoren $\beta(j)$ mit j = 1 bis N = 20.	Siehe Tabelle C.3

Tabelle C.2 *(fortgesetzt)*

Schritt	Element	Anweisung	Ergebnis
	Referenzwerte	Nullgas y_0 .... Prüfgaskonzentration y_S	$0\ \mu g/m^3$ $280\ \mu g/m^3$
	Zusatzinformationen	Standardunsicherheit des Nullgases $u(y_0)$ ..... Standardunsicherheit des Prüfgases $u(y_S)$ ..... Es wird eine zu y proportionale Zunahme der Standardunsicherheit $u(y)$ erwartet.	nicht angegeben $2{,}8\ \mu g/m^3$
	Repräsentativität	Der ausgewertete Satz von Eingangsdaten repräsentiert die Änderungen der Umgebungsbedingungen und der Betriebsbedingungen innerhalb der in diesem Beispiel betrachteten Zeitspanne.	–
	Nicht betrachtete Einflüsse	Einfluss der Probenahmeeinrichtung	–
2	**Datenaufbereitung**		
	Modellgleichung	$y = x - e(j)$ mit täglicher Nullpunktkorrektur $e(j) = x_0(j)$	–
	Varianzgleichung	$\mathrm{var}(y) = u^2(x) + u^2(e) + 2 \cdot \mathrm{cov}(x,e)$	–
	Kovarianz	$\mathrm{cov}(x,e)$	0
	Standardunsicherheit der Nullpunktkorrektur e	$u(e) = \sqrt{\frac{1}{N}\sum_{j=1}^{N} x_0^2(j)}$ .... berücksichtigt implizit den Bias $u_B(e)$.	$0{,}89\ \mu g/m^3$
	Bias von $y(j)$	$u_B(e) = \frac{1}{N}\sum_{j=1}^{N} x_0(j)$	$-0{,}86\ \mu g/m^3$
	Modellgleichung für $x(j)$	$x(j) = \beta(j) \cdot y_S$	–
	Varianzgleichung	$\mathrm{var}(x) = x^2 \cdot \left[\left(\frac{u(\beta)}{\bar{\beta}}\right)^2 + \left(\frac{u(y_S)}{y_S}\right)^2\right]$ $+ 2 \cdot x(j) \cdot \mathrm{cov}(\beta, y_S)$	–
	Kovarianz	$\mathrm{cov}(\beta, y_S)$	0
	Standardunsicherheit von β	$u(\beta) = \sqrt{\frac{1}{N}\sum_{j=1}^{N}(1-\beta(j))^2}$ .... berücksichtigt implizit den Bias $u_B(\beta)$.	0,036
	Bias von $\beta(j)$	$u_B(\beta) = \frac{1}{N}\sum_{j=1}^{N}\beta(j) - 1$	0,02

Tabelle C.2 *(fortgesetzt)*

Schritt	Element	Anweisung	Ergebnis
3	**Ergebnisse der Unsicherheitsanalyse**		
	Standardunsicherheit von y	$u(y) \cong \sqrt{y^2 \cdot \left[\left(\frac{u(\beta)}{\overline{\beta}}\right)^2 + \left(\frac{u(y_S)}{y_S}\right)^2 + u^2(e)\right]}$	1,0 µg/m³ bis 8,9 µg/m³ Siehe Tabelle C.4.
	Anzahl der Freiheitsgrade	ν .... da $u(y_S) \leq 0{,}5 \cdot u(y)$	20
	Erweiterungsfaktor	$k_{0,95}$	2,1
	(relative) erweiterte Messunsicherheit von y	$W_{0,95}(y) = k_{0,95} \cdot u(y) / y$	20 % bis 8 % Siehe Tabelle C.4.
	Anwendungsbereich	$\min(y) \leq y \leq \max(y)$	10 µg/m³ $\leq y \leq$ 240 µg/m³

Tabelle C.3 — Eingangsdaten

Index j	Nullpunktsignal $e(j)$ µg/m³	Spanfaktor $\beta(j)$
1	–0,7	1,00
2	–0,9	0,96
3	–1,4	0,98
4	–0,9	0,99
5	–1,1	1,04
6	–0,3	1,05
7	–0,8	1,04
8	–0,8	1,03
9	–1,0	1,04
10	–1,0	1,03
11	–0,9	1,02
12	–0,8	1,02
13	–1,1	1,03
14	–0,8	1,07
15	–0,8	1,04
16	–0,6	1,02
17	–0,5	1,02
18	–1,0	1,05
19	–0,7	1,05
20	–1,0	0,97

Tabelle C.4 — Unsicherheitsparameter

Messergebnis y µg/m³	**Standard-unsicherheit** $u(y)$ µg/m³	**Erweiterte Messunsicherheit** $W_{0,95}(y)$ %
10	1,0	20
20	1,2	12
40	1,7	9
60	2,4	8
80	3,1	8
100	3,8	8
120	4,5	8
140	5,2	8
160	5,9	8
180	6,7	8
200	7,4	8
220	8,1	8
240	8,9	8

C.4 Kalibrierung eines Gaschromatographen mit Benzol-Standardlösungen

Dieses Beispiel zeigt die Auswertung eines Satzes von Eingangsdaten, die durch Kalibrierung eines Gaschromatographen mit Benzol-Standardlösungen in CS_2 ermittelt wurden. Die Datenaufbereitung erfolgte mit Hilfe der in Anhang B.4 beschriebenen Berechnungsmethode A3.

Die Arbeitsschritte und die ermittelten Ergebnisse sind in Tabelle C.5 dargestellt. Tabelle C.6 zeigt die ausgewerteten Eingangsdaten und die ermittelte Kalibriergerade. Tabelle C.7 enthält die ermittelten Unsicherheitsparameter.

Die Untersuchung lieferte die folgenden Ergebnisse. Die Standardunsicherheit $u(y)$ der einzelnen Benzol-Massenkonzentrationen y im Intervall von 3 µg/g bis 16 µg/g liegt im Bereich 0,23 µg/g < $u(y)$ < 0,24 µg/g. Die effektive Anzahl der Freiheitsgrade beträgt $\nu = 28$. Die erweiterte Messunsicherheit der Massenkonzentrationen y im Intervall von 3 µg/g und 16 µg/g für ein Vertrauensniveau von 95 % liegt im Bereich 0,46 µg/g < $U_{0,95}(y)$ < 0,48 µg/g.

Bild C.1 und Bild C.2 zeigen die durch Auswertung der Eingangsdaten ermittelte Kalibriergerade und die Analysenfunktion.

Diese Auswertung wird zur Vorhersage der Unsicherheit zukünftiger Messergebnisse y, die mit dem kalibrierten Gaschromatographen bis zur nächsten Kalibrierung (beispielsweise nach drei Jahren) ermittelt werden, verwendet.

Tabelle C.5 — Arbeitsschritte und Ergebnisse

Schritt	Element	Anweisung	Ergebnis
1	**Problembeschreibung**		
	Messverfahren	Aktive Probenahme von aromatischen Kohlenwasserstoffen mit Aktivkohleröhrchen; Desorption von Benzol mittels CS_2; analytische Bestimmung mittels Gaschromatographie, FID	–
	Kontrollbedingungen	Kalibrierung des Gaschromatographen mit Benzol-Standardlösungen in CS_2 alle 3 Jahre.	–
	Umgebungsbedingungen	Änderungen der Temperatur, des Drucks, der Feuchte und der Windgeschwindigkeit	–
	Untersuchte Größe	Messergebnis: 96-h-Mittelwert der Benzol-Massenkonzentration in der Außenluft an einem bestimmten Messort.	y
	Analysenfunktion	$y = \frac{x}{b}$ Dabei ist y das Messergebnis; x das Messsignal des Gaschromatographen in Einheiten der Peakfläche (AU); b der Korrekturfaktor (für den Bias).	–
	Geforderte Unsicherheitsparameter	Standardunsicherheit $u(y)$ der Benzol-Massenkonzentration im Bereich 3 µg/g < y < 16 µg/g . Erweiterte 95-%-Messunsicherheit $U_{0,95}(y)$ der Benzolmassenkonzentration im Bereich 3 µg/g < y < 16 µg/g	$u(y)$ $U_{0,95}(y)$
	Experiment	Typ A3; K = 16 Benzol-Standardlösungen in CS_2 wurden mittels eines Gaschromatographen bei Anwendung des festgelegten Kalibrierverfahrens beobachtet.	–
	Eingangsdaten	Reihen von Beobachtungen $x(j)$ mit j = 1 bis N = 29 der K = 16 Benzol-Standardlösungen, die mittels Gaschromatographie im Kalibrierexperiment ermittelt wurden.	Siehe Tabelle C.6.
	Referenzwerte	Referenzwerte $y_R(j)$ mit j = 1 bis N = 29 der K = 16 Standardlösungen. Auf Grund der wiederholten Beobachtung der Standardlösungen kann derselbe Wert in der Reihe $y_R(j)$ mit j = 1 bis N = 29 mehrfach auftreten.	Siehe Tabelle C.6.
	Zusatzinformationen	Benzol-Standardlösungen in CS_2 wurden hergestellt durch – aktive Probenahme mit einem Aktivkohleröhrchen in einem Prüfgas mit bekannter Benzolkonzentration und – Desorption eines Aktivkohleröhrchens mittels CS_2.	–

Tabelle C.5 *(fortgesetzt)*

Schritt	Element	Anweisung	Ergebnis
	Zusatzinformationen	Jedes Prüfgas wurde mit einer Verdünnungseinrichtung und einem zertifizierten Referenzmaterial (z. B. BCR CRM 562) als Ausgangsmaterial hergestellt. Die erweiterte 95-%-Unsicherheit der Benzol-Referenzlösungen in CS_2 betrugen weniger als 1 %. Die Standardunsicherheit der Referenzwerte wird als konstant angenommen, $u(y_R(j)) = u(y_R)$ ..	0,08 µg/g
	Repräsentativität	Es wird angenommen, dass die ausgewertete Kalibrierung die Einflüsse der Probenahme, der Desorption und der analytischen Bestimmung entsprechend der anzuwendenden Verfahrensbeschreibung berücksichtigt.	–
	Nicht betrachtete Einflüsse	Die ausgewerteten Daten enthalten nicht den Einfluss auf Grund von Änderungen der Umgebungsbedingungen wie Temperatur, Feuchte und Druck. Diese Einflüsse können eine getrennte Betrachtung erfordern.	–
2	**Datenaufbereitung**		
	Methodenmodell	$y = \frac{x}{b}$	–
	Varianzgleichung	$\mathrm{var}(y) = \left(\frac{u(x)}{b}\right)^2 + \left(\frac{y \cdot u(b)}{b}\right)^2 - 2 \cdot \mathrm{cov}(x,b)$	–
	Kovarianz	$\mathrm{cov}(x,b)$	0
	Bias von y	Auf Grund der Korrektion mit dem Faktor b	0 µg/g
	Modellgleichung der Kalibrierung	$x(j) = b \cdot y_R(j) + e_x(j)$ mit der Restabweichung $e_x(j) = x(j) - b \cdot y_R(j)$	–
	Korrekturfaktor b	$b = \frac{\bar{x}}{\bar{y}_R} = \frac{\sum_{j=1}^{N} x(j)}{\sum_{j=1}^{N} y_R(j)}$	67,92 AU·g/µg
	Geforderte Unsicherheitsparameter	$u(e_x) = \sqrt{\frac{1}{N-1} \sum_{j=1}^{N} (x(j) - b \cdot y_R(j))^2}$	14,4 AU
	Geforderte Unsicherheitsparameter	$u(x) = u(e_x)$ .... $u(b)$ und $u(y_R)$ werden getrennt berücksichtigt	14,4 AU
	Geforderte Unsicherheitsparameter	$u(b) = b \cdot \sqrt{\frac{1}{N}\left(\frac{u(x)}{\bar{x}}\right)^2 + \frac{1}{K}\left(\frac{u(y_R)}{\bar{y}_R}\right)^2}$	0,28 AU·g/µg

Tabelle C.5 *(fortgesetzt)*

Schritt	Element	Anweisung	Ergebnis
3	**Ergebnisse der Unsicherheitsanalyse**		
	Standardunsicherheit von y	$u(y)=\sqrt{\left(\frac{u(e_x)}{b}\right)^2+y^2\cdot\left(\frac{u(b)}{b}\right)^2}$	≥ 0,21 µg/g Siehe Tabelle C.7.
	Anzahl der Freiheitsgrade	$\nu = N-1$ .... da in guter Näherung $u(y)\cong u(e_x)$	28
	Erweiterungsfaktor	$k_{0,95}$	2,05
	Erweiterte Messunsicherheit von y	$U_{0,95}(y)=k_{0,95}\cdot u(y)$	≥ 0,433 µg/g
	Anwendungsbereich	$\min(y)\le y\le \max(y)$	3 µg/g ≤ y ≤ 16 µg/g

Tabelle C.6 — Eingangsdaten und Kalibriergerade

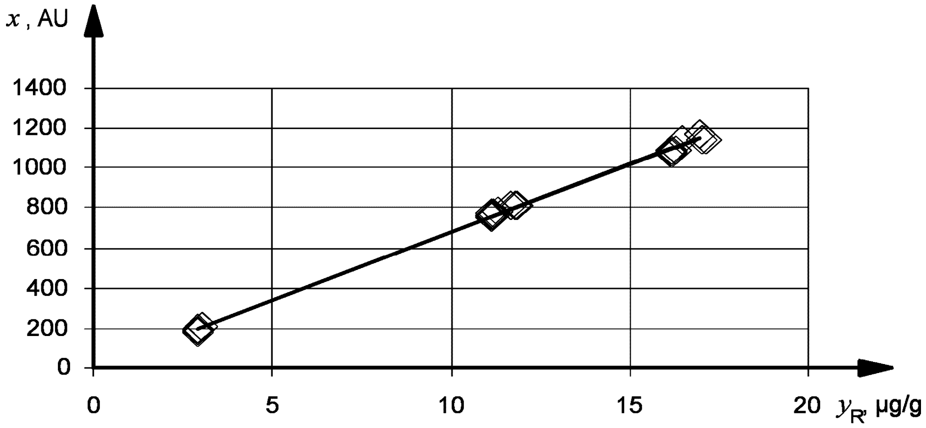
Eingangsdaten			Kalibriergerade	
Nummer j	Standard-lösung y_R µg/g	Messsignal x Peakfläche (AU)	Kalibrier-gerade $x' = b\,y_R$ Peakfläche (AU)	Residuum e_x Peakfläche (AU)
1	2,891	193,7	196,3	–2,6
2	2,891	182,2	196,3	–14,1
3	2,891	177,7	196,3	–18,6
4	2,891	190,2	196,3	–6,1
5	2,891	194,6	196,3	–1,7
6	2,910	196,0	197,6	–1,6
7	3,035	205,8	206,1	–0,3
8	3,057	205,2	207,6	–2,4
9	11,132	762,1	756,0	6,1
10	11,132	775,1	756,0	19,1
11	11,132	764,7	756,0	8,7
12	11,132	755,8	756,0	–0,2
13	11,132	776,8	756,0	20,8
14	11,204	761,8	760,9	0,9
15	11,204	775,7	760,9	14,8
16	11,310	782,8	768,1	14,7
17	11,684	811,2	793,5	17,7
18	11,771	813,4	799,4	14,0
19	11,841	813,7	804,2	9,5
20	16,190	1 095,7	1 099,6	–3,9
21	16,190	1 085,3	1 099,6	–14,3

Tabelle C.6 *(fortgesetzt)*

Eingangsdaten			Kalibriergerade	
Nummer j	Standard-lösung y_R µg/g	Messsignal x Peakfläche (AU)	Kalibrier-gerade $x' = b\, y_R$ Peakfläche (AU)	Residuum e_x Peakfläche (AU)
22	16,190	1 084,3	1 099,6	–15,3
23	16,190	1 068,2	1 099,6	–31,4
24	16,295	1 091,5	1 106,7	–15,2
25	16,295	1 094,0	1 106,7	–12,7
26	16,448	1 141,5	1 117,1	24,4
27	16,948	1 170,2	1 151,0	19,2
28	16,992	1 142,3	1 154,0	–11,7
29	17,118	1 145,2	1 162,6	–17,4

Tabelle C.7 — Analysenfunktion und Unsicherheitsbereich

x peak area (AU)	$y = x/b$ µg/g	$u(y)$ µg/g	$U_{0,95}(y)$ µg/g	$y - U_{0,95}(y)$ µg/g	$y + U_{0,95}(y)$ µg/g	$U_{0,95}(y)/y$ %
200	2,945	0,227	0,465	2,480	3,410	15,8
300	4,417	0,227	0,466	3,952	4,883	10,5
400	5,890	0,228	0,467	5,423	6,356	7,9
500	7,362	0,229	0,468	6,894	7,830	6,4
600	8,834	0,229	0,470	8,365	9,304	5,3
700	10,307	0,230	0,472	9,835	10,779	4,6
800	11,779	0,232	0,474	11,305	12,254	4,0
900	13,252	0,233	0,477	12,775	13,729	3,6
1 000	14,724	0,234	0,480	14,244	15,204	3,3
1 100	16,197	0,236	0,483	15,713	16,680	3,0

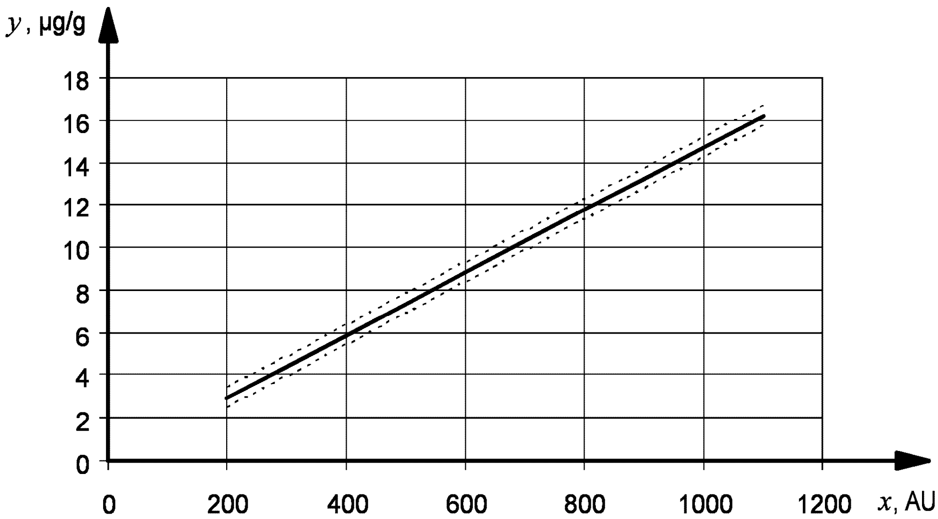


Legende

x Messsignal in Flächeneinheiten (AU)

y_R Benzol-Standardkonzentration in Mikrogramm pro Gramm (µg/g)

Bild C.1 — Messwerte (◇) des Kalibrierexperiments und Kalibriergerade des Gaschromatographen für Benzol



Legende

x Messsignal in Flächeneinheiten (AU)

y Benzolkonzentration in Mikrogramm pro Gramm (µg/g)

Bild C.2 — Analysenfunktion und 95-%-Grenzen der Unsicherheit eines Gaschromatographen für Benzol

C.5 Untersuchung eines Toluol-Messverfahrens zur Verwendung im Bereich der gewerblichen Hygiene

Dieses Beispiel zeigt die Unsicherheitsermittlung durch Analyse eines Satzes von Eingangsdaten, die durch Untersuchung eines Toluol-Messverfahrens für Messungen am Arbeitsplatz gewonnen wurden. Für diesen Zweck wurden M = 20 Passivsammler desselben Typs mit K = 5 verschiedenen Toluol-Prüfgasen beaufschlagt. Ziel der Prüfung ist die Vorhersage der Unsicherheit eines Messergebnisses, das bei einer zukünftigen Anwendung eines einzelnen Passivsammlers des untersuchten Typs bei Messungen am Arbeitsplatz ermittelt wird. Die Eingangsdaten stammen aus ISO 16107 [12]. Dieses Beispiel zeigt die Anwendung der in Anhang B.5 beschriebenen Berechnungsmethode A4.

Die Arbeitsschritte und die ermittelten Ergebnisse sind in Tabelle C.8 zusammengefasst. Tabelle C.6 zeigt die ausgewerteten Eingangsdaten und die ermittelte Kalibriergerade. Tabelle C.9 enthält die untersuchen Eingangsdaten.

Die Untersuchung lieferte die folgenden Ergebnisse. Die Standardunsicherheit der mit Passivsammlern des betrachteten Typs ermittelten korrigierten Toluol-Ergebnisse y im Bereich 70 mg/m^3 < y < 770 mg/m^3 beträgt $w(y) = u(y)/y$ = 5,4 %. Die erweiterte 95-%-Messunsicherheit $W_{0,95}(y)$ der mit Passivsammlern des betrachteten Typs ermittelten korrigierten Toluol-Ergebnisse y im Bereich 70 mg/m^3 < y < 770 mg/m^3 beträgt $W_{0,95}(y)$ = 11 %.

Bild C.3 zeigt die Kalibriergerade für Toluol. Bild C.4 zeigt die Analysenfunktion und die 95-%-Grenzen der Unsicherheit dieser Funktion. Die Referenzwerte $y_R(k)$, die zur Ermittlung der Analysenfunktion verwendet wurden, sind vollständig in den 95-%-Grenzen der Unsicherheit $[y - U_{0,95}(y); y + U_{0,95}(y)]$ enthalten.

Die ermittelten Unsicherheitsparameter gelten für einzelne Messergebnisse y der Toluolkonzentration am Arbeitsplatz im Bereich 70 mg/m^3 < y < 770 mg/m^3, die bei einer zukünftigen Anwendung des untersuchten Messverfahrens bei Verwendung eines einzelnen Sammlers gewonnen werden können.

Zusätzlich wurden die folgenden Ergebnisse unter Verwendung der Gleichung (17) in 9.2 erzielt. Eine 95-%-Vertrauensgrenze für die Standardunsicherheit $w(y)$ beträgt $L(w(y)) = 1{,}37 \cdot w(y)$ = 7,2 %.

Eine 95-%-Vertrauensgrenze für die erweiterte Messunsicherheit $W_{0,95}(y)$ beträgt $L(W_{0,95}(y)) = 1{,}96 \cdot L(w(y))$ = 14 %. In ISO 16107 [12] wird $L(W_{0,95}(y))$ als „95-%-Vertrauensgrenze für die Sammlergenauigkeit" bezeichnet.

Die 95-%-Vertrauensgrenze $L(W_{0,95}(y))$ für die erweiterte Messunsicherheit deutet darauf hin, dass es unwahrscheinlich ist, in einer anderen Untersuchung des betrachteten Messverfahrens vom selben Umfang (N = 20) einen Schätzwert der erweiterten 95-%-Unsicherheit $W_{0,95}(y)$ > 14 % zu finden.

Tabelle C.8 — Arbeitsschritte und Ergebnisse

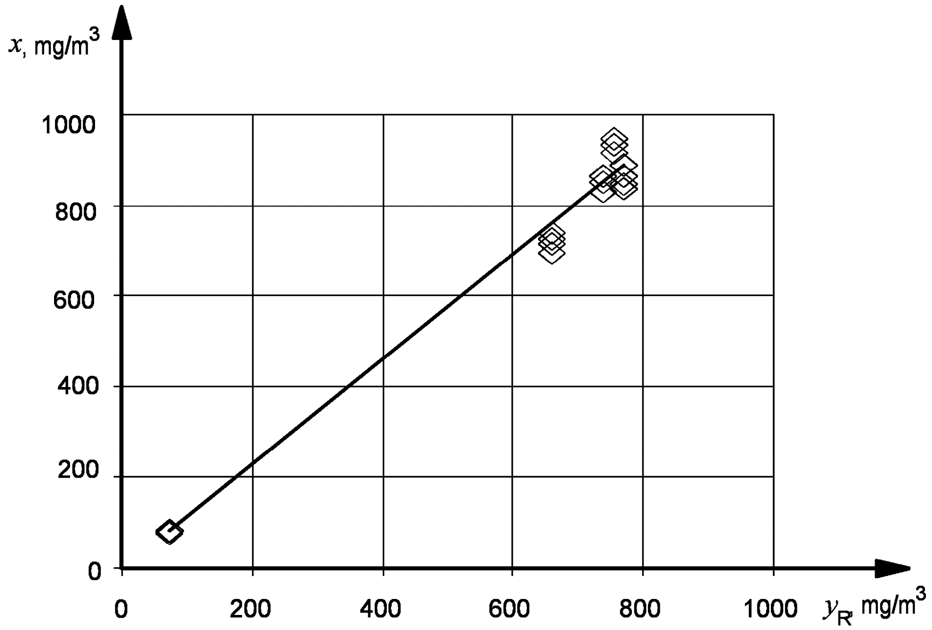
Schritt	Element	Anweisung	Ergebnis
1	**Problembeschreibung**		
	Messverfahren	Passivprobenahme mittels fester Sorptionsröhrchen; Desorption mit Hilfe eines Lösemittels, z. B. CS_2; analytische Bestimmung durch Gaschromatographie, FID [13], [14].	–
	Kontrollbedingungen	Kalibrierung eines Gaschromatographen und Kontrolle des Kalibrierzustands.	–
	Umgebungsbedingungen	Am Arbeitsplatz übliche Bedingungen.	–
	Untersuchte Größe	Messergebnis: 2-h-Mittelwert der Toluolkonzentration, der ein Arbeiter am Arbeitsplatz ausgesetzt sein kann.	y
	Analysenfunktion	$y = \frac{x}{b}$ Dabei ist Y das Messergebnis; x das unkorrigierte Messsignal; b der Korrekturfaktor für den Bias von x.	–
	Geforderte Unsicherheitsparameter	Relative Standardunsicherheit im Bereich 70 mg/m^3 < y < 770 mg/m^3 .... Relative erweiterte Messunsicherheit der Messergebnisse y für ein Vertrauensniveau von 95 % im Bereich 70 mg/m^3 < y < 770 mg/m^3	$w(y) = u(y)/y$ $W_{0,95}(y)$
	Experiment	Typ A4: N = 20 Passivsammler desselben Fabrikats wurden in Gruppen von jeweils M = 4 Sammlern mit K = 5 Prüfgasen beaufschlagt.	–
	Eingangsdaten	Reihen von Beobachtungen $x(j)$ mit j = 1 bis N = 20, die durch gleichzeitige Beaufschlagung von Gruppen von jeweils M = 4 Passivsammlern mit K = 5 Prüfgasen gewonnen wurden.	Siehe Tabelle C.9.
	Referenzwerte	Reihen von Referenzwerten $y_R(j)$ mit j = 1 bis N = 20. Da eine Anzahl M = 4 von Sammlern mit demselben Prüfgas beaufschlagt wurden, wird derselbe Wert der Reihe von Referenzwerten $y_R(j)$ mit j = 1 bis N = 20 viermal zugeordnet.	Siehe Tabelle C.9.
	Zusatzinformationen	Relative Standardunsicherheit $u(y_R)/y_R$ .... Relative Standardunsicherheit $u(y)/y$ .... Die Unsicherheit der Referenzwerte ist vernachlässigbar.	≤ 0,01 konstant
	Repräsentativität	Das Experiment zur Gewinnung der Eingangsdaten für die Unsicherheitsermittlung ähnelt der vorgesehenen zukünftigen Anwendung im Bereich des Arbeitsplatzes in guter Näherung.	–

Tabelle C.8 *(fortgesetzt)*

Schritt	Element	Anweisung	Ergebnis
	Nicht betrachtete Einflüsse	In diesem Beispiel wurden zusätzliche Unsicherheitsquellen nicht berücksichtigt.	–
2	**Datenaufbereitung**		
	Modellgleichung	$y = x / b$	–
	Varianzgleichung	$\mathrm{var}(y) = \left(\frac{u(x)}{b}\right)^2 + \left(\frac{y \cdot u(b)}{b}\right)^2 - 2 \cdot \mathrm{cov}(x,b)$	–
	Kovarianz	$\mathrm{cov}(x,b)$	0
	Bias von y	Auf Grund der Korrektion mit dem Faktor b	0 mg/m³
	Modellgleichung der Auswertung	$x(j) = y_\mathrm{R}(j) \cdot (b + e_x(j))$ mit der relativen Abweichung $e_x(j) = \frac{x(j)}{y_\mathrm{R}(j)} - b$	–
	Korrekturfaktor b	$b = \frac{1}{N} \sum_{j=1}^{N} \frac{x(j)}{y_\mathrm{R}(j)}$	1,14
	Reststandard-abweichung	$u(e_x) = s\left(\frac{x}{y_\mathrm{R}}\right) = \sqrt{\frac{1}{N-1} \sum_{j=1}^{N} \left(\frac{x(j)}{y_\mathrm{R}(j)} - b\right)^2}$	0,060
	Standardunsicherheit der Größe x	$\frac{u(x)}{x} = \frac{u(e_x)}{b}$	0,054
	Standardunsicherheit von b	$u(b) = \frac{u(e_x)}{\sqrt{N}}$	0,013
3	**Ergebnisse der Unsicherheitsanalyse**		
	relative Standard-unsicherheit von y	$w(y) = \frac{u(y)}{y} = \frac{s\left(\frac{x}{y_\mathrm{R}}\right)}{b} \cdot \sqrt{1 + \frac{1}{N}}$	0,052
	Anzahl der Freiheitsgrade	$\nu = N - 1$ .... da $\frac{u(y_\mathrm{R})}{y_\mathrm{R}} \approx s\left(\frac{x}{y_\mathrm{R}}\right) / b$	19
	Erweiterungsfaktor	$k_{0,95}$	2,1
	Erweiterte Messunsi-cherheit von y	$W_{0,95}(y) = k_{0,95} \cdot u(y) / y$	0,11
	95-%-Vertrauens-grenze für $w(y)$	$L(w(y)) = w(y)\sqrt{\nu / \chi^2(\gamma, \nu_\mathrm{eff})} = 1{,}37 \cdot w(y)$ .... $\gamma = 0{,}95$	0,072
	95-%-Vertrauens-grenze für $W_{0,95}(y)$	$L(W_{0,95}(y)) = 1{,}96 \cdot u(y) / y$ .... (95-%-Vertrauensgrenze für die Sammler-genauigkeit nach ISO 16107)	0,14
	Anwendungsbereich	$\min(y) \le y \le \max(y)$	70 mg/m³ $\le y \le$ 770 mg/m³

Tabelle C.9 — Eingangsdaten und Messergebnisse

Index j	Prüfgas-index k	Prüfgas-konzentration y_R mg/m³	Unkorrigiertes Messsignal x mg/m³	Messergebnis $y = x/b$ mg/m³
1	1	73,14	84,99	74,3
2	1	73,14	80,67	70,5
3	1	73,14	77,67	67,9
4	1	73,14	83,96	73,4
5	2	658,6	725,8	634,6
6	2	658,6	716,6	626,5
7	2	658,6	738,3	645,5
8	2	658,6	695,5	608,1
9	3	738,7	829,6	725,3
10	3	738,7	865,0	756,3
11	3	738,7	865,0	756,3
12	3	738,7	850,2	743,3
13	4	755,9	948,7	829,4
14	4	755,9	935,0	817,5
15	4	755,9	947,9	828,7
16	4	755,9	917,7	802,3
17	5	771,1	862,9	754,4
18	5	771,1	890,6	778,6
19	5	771,1	847,4	740,9
20	5	771,1	836,6	731,4

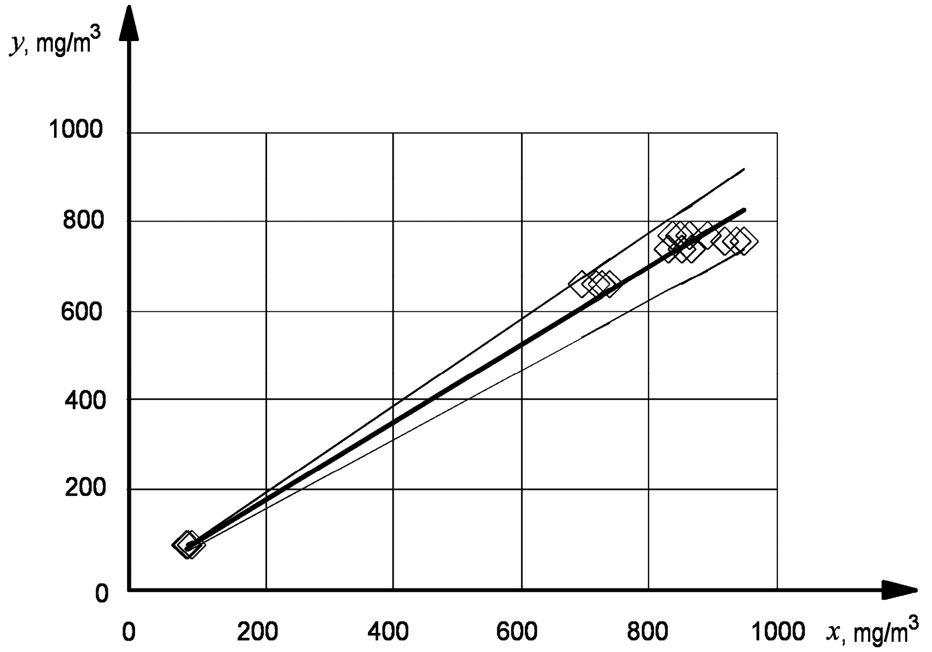


Legende

x unkorrigiertes Messsignal in Milligramm pro Kubikmeter (mg/m^3)

y_R Toluol-Prüfgaskonzentration in Milligramm pro Kubikmeter (mg/m^3)

Bild C.3 — Messwerte (◇) des Kalibrierexperiments und Kalibriergerade für Toluol



Legende

x unkorrigiertes Messsignal in Milligramm pro Kubikmeter (mg/m^3)

y Toluolkonzentration in Milligramm pro Kubikmeter (mg/m^3)

Bild C.4 — Messwerte (◇) des Kalibrierexperiments, Analysenfunktion und 95-%-Grenzen der Unsicherheit

C.6 Kalibrierung einer automatischen Emissionsmesseinrichtung

Dieses Beispiel zeigt die Unsicherheitsermittlung durch Auswertung eines Satzes von Eingangsdaten, die im Rahmen einer regelmäßigen Kalibrierung einer automatischen Emissionsmesseinrichtung (AMS) für Staub in den Abgasen einer Hausmüllverbrennungsanlage unter Betriebsbedingungen (Temperaturbereich: 142 °C bis 146 °C; Feuchtebereich: 14,3 % bis 16,9 %; Sauerstoffbereich: 11,1 % bis 12,9 %). Die Referenzwerte wurden mit einem Referenzverfahren gewonnen, das gleichzeitig mit der AMS am selben Kamin eingesetzt wurde. Die statistische Auswertung erfolgte nach Anhang B.6 und Anwendung der Methode A5 Fall 1.

Die Arbeitsschritte und ermittelten Ergebnisse sind in Tabelle C.10 zusammengefasst. Die ausgewerteten Eingangsdaten sind in Tabelle C.11 dargestellt.

Die Untersuchung lieferte die folgenden Ergebnisse. Die Standardunsicherheit $u(y)$ der mit der kalibrierten AMS unter Betriebsbedingungen ermittelten Staubkonzentrationen y im Bereich 1,2 mg/m^3 < y < 8,5 mg/m^3 liegt zwischen 0,44 mg/m^3 und 0,53 mg/m^3. Die erweiterte Messunsicherheit $U_{0,95}(y)$ der mit der kalibrierten AMS unter Betriebsbedingungen ermittelten Staubkonzentrationen y im Bereich 1,2 mg/m^3 < y < 8,5 mg/m^3 liegt zwischen 0,9 mg/m^3 und 1,1 mg/m^3.

Bild C.5 zeigt eine grafische Darstellung der Kalibriergeraden und der entsprechenden 95-%-Grenzen der Unsicherheit. Auf Grund der angewandten inversen Regression ist die Analysenfunktion mit der Kalibrierfunktion identisch. Die Referenzwerte y_R zur Ermittlung der Kalibrierfunktion liegen vollständig innerhalb der 95-%-Grenzen der Unsicherheit $[y - U_{0,95}(y); y + U_{0,95}(y)]$.

Die Unsicherheitsparameter gelten für einzelne Messergebnisse y im Bereich von 1,2 mg/m^3 bis 8,5 mg/m^3, die mit der kalibrierten AMS unter Betriebsbedingungen gewonnen werden, die den bei der Kalibrierung vorliegenden Bedingungen entsprechen (Temperaturbereich: 142 °C bis 146 °C; Feuchtebereich: 14,3 % bis 16,9 %; Sauerstoffbereich: 11,1 % bis 12,9 %). Wenn Messergebnisse für Normbedingungen (z. B. 0 °C, trockenes Gas, 11,0 % O_2) anzugeben sind, müssen die Unsicherheitsparameter auf Normbedingungen umgerechnet werden. Die zusätzlichen Unsicherheitsbeiträge der Umrechnungsparameter wie Temperatur, Feuchte oder Sauerstoffgehalt müssen dann ergänzend berücksichtigt werden, z. B. im Rahmen eines indirekten Ansatzes.

Tabelle C.10 — Arbeitsschritte und Ergebnisse

Schritt	Element	Anweisung	Ergebnis
1	**Problembeschreibung**		
	Messverfahren	Automatische Messeinrichtung (AMS) für Staub im Abgas stationärer Quellen unter Verwendung eines Streulichtverfahrens an einer Hausmüllverbrennungsanlage.	–
	Kontrollbedingungen	Kalibrierung der AMS durch Vergleichsmessungen mit einem Referenzverfahren am selben Kamin unter Betriebsbedingungen für die Temperatur, die Feuchte und den Sauerstoffgehalt.	–
	Betriebsbedingungen	Bereich der Änderungen der Temperatur, der Feuchte und des Sauerstoffgehalts des Abgases während der Kalibrierung.	142 °C bis 146 °C 14,3 % bis 16,9 % Feuchte 11,1 % bis 12,9 % O_2
	Untersuchte Größe	Halbstundenmittelwert der Staubkonzentration im Abgas einer Hausmüllverbrennungsanlage unter Betriebsbedingungen.	y

Tabelle C.10 *(fortgesetzt)*

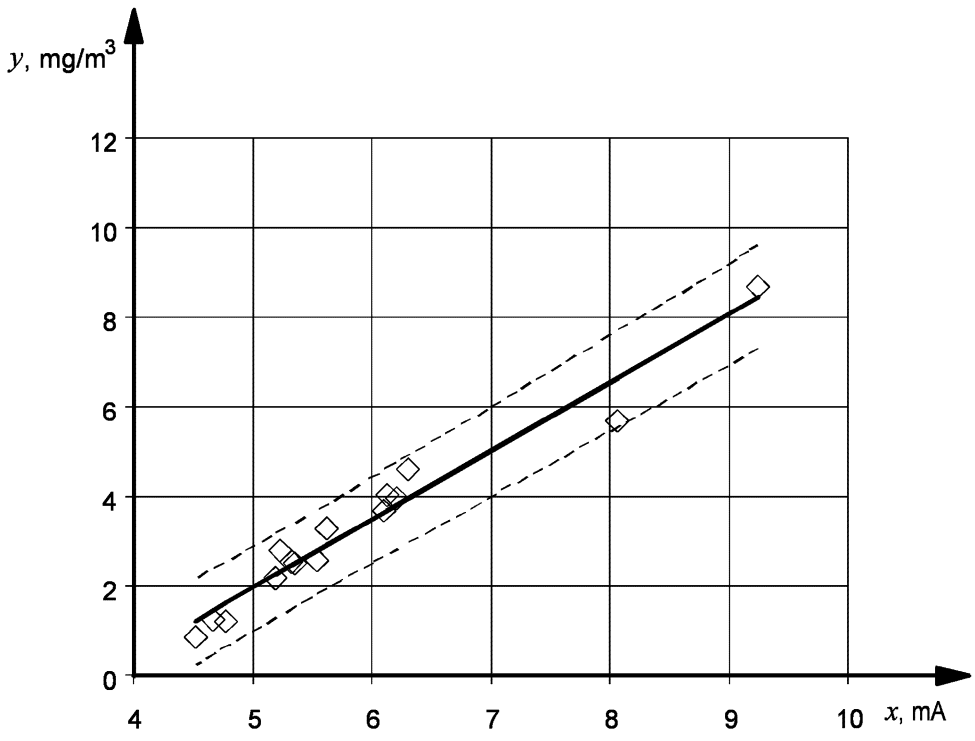
Schritt	Element	Anweisung	Ergebnis
	Analysenfunktion	$y = a + b \cdot (x - c)$ Dabei ist y das Messergebnis unter Betriebsbedingungen; x_i das Messsignal der AMS unter Betriebsbedingungen; a, b, c die Parameter der Kalibrierfunktion.	–
	Geforderte Unsicherheitsparameter	Standardunsicherheit einzelner Messergebnisse y unter Betriebsbedingungen .... Erweiterte 95-%-Unsicherheit einzelner Messergebnisse y unter Betriebsbedingungen	$u(y)$ $U_{0,95}(y)$
	Experiment	Type A5 Fall 1 in einem direkten Ansatz; Kalibrierung der AMS mit N = 15 Vergleichsmessungen mit einem Referenzmessverfahren.	–
	Eingangsdaten	Reihen von Beobachtungen $x(j)$ mit j = 1 bis N = 15, die mit der AMS bei der Kalibrierung gewonnen wurden.	Siehe Tabelle C.11.
	Referenzwerte	Reihen von Beobachtungen $y_R(j)$ mit j = 1 bis N = 15, die mit dem Referenzverfahren bei der Kalibrierung gewonnen wurden.	Siehe Tabelle C.11.
	Zusatzinformationen	Standardunsicherheit des Referenzverfahrens $u(y_R)$ .... Standardunsicherheit $u(y)$	konstant konstant
	Repräsentativität	Im Experiment zur Gewinnung der Eingangsdaten — wurde dieselbe Standardarbeitsanweisung verwendet, wie in der vorgesehenen Anwendung, — entsprachen die Betriebsbedingungen dem Bereich der Änderungen, die bei der vorgesehenen Anwendung der AMS zu erwarten sind, und — waren die Kontrollbedingungen mit denen der vorgesehenen Anwendung der AMS identisch; — wurden alle Teile der AMS in die Prüfung einbezogen.	–
2	**Datenaufbereitung**		
	Modellgleichung	$y = a + b \cdot (x - c)$	–
	Varianzgleichung	$\text{var}(y) = u^2(a) + u^2(b) \cdot (x - c)^2 + b^2 \cdot \left(u^2(x) + u^2(c)\right)$	–
	Kovarianzen	$\text{cov}(x(j), a) = \text{cov}(x(j), b) = \text{cov}(x(j), c)$ .... $\text{cov}(a, b) = \text{cov}(b, c) = \text{cov}(c, a)$	0 0

Tabelle C.10 *(fortgesetzt)*

Schritt	Element	Anweisung	Ergebnis
	Modellgleichung der Kalibrierung	$y_\mathrm{R}(j) = a + b \cdot (x(j) - c) + e_y(j)$ mit der Abweichung $e_y(j) = y_\mathrm{R}(j) - a - b \cdot (x(j) - c)$	–
	Parameter a	$a = \overline{y_\mathrm{R}} = \frac{1}{N} \sum_{j=1}^{N} y_\mathrm{R}(j)$	3,32 mg/m³
	Parameter b	$b = \frac{\sum_{j=1}^{N} (y_\mathrm{R}(j) - a) \cdot (x(j) - c)}{\sum_{j=1}^{N} (x(j) - c)^2}$	1,53 mg/(m³·mA)
	Standardunsicherheit von b	$u(b) \cong \sqrt{\frac{u^2(e_y)}{\sum_{j=1}^{N} (x(j) - c)^2}}$	0,09 mg/(m³·mA)
	Parameter c	$c = \bar{x} = \frac{1}{N} \sum_{j=1}^{N} x(j)$	5,89 mA
	Reststandard-abweichung	$u(e_y) = \sqrt{\frac{1}{N-2} \sum_{j=1}^{N} e_y^2(j)}$	0,43 mg/m³
3	**Ergebnisse der Unsicherheitsanalyse**		
	Standardunsicherheit y	$u(y) = \sqrt{\left(1 + \frac{1}{N}\right) \cdot u^2(e_y) + \left(\frac{u(b)}{b}\right)^2 (y - \bar{y}_\mathrm{R})^2}$	0,44 mg/m³ bis 0,53 mg/m³
	Anzahl der Freiheitsgrade	$\nu = N - 2$ .... da in guter Näherung $u(y) \cong u(e_y)$	13
	Erweiterungsfaktor	$k_{0,95}$	2,13
	Erweiterte Messunsi-cherheit von y	$U_{0,95}(y) = k_{0,95} \cdot u(y)$	0,9 mg/m³ bis 1,1 mg/m³
	Anwendungsbereich	$\min(y) \le y \le \max(y)$	1,2 mg/m³ $\le y \le$ 8,5 mg/m³

Tabelle C.11 — Eingangsdaten und statistische Auswertung

 j	AMS x mA	SRM y_R mg/m^3	AMS y mg/m^3	Residuum e_y mg/m^3	Standard-unsicherheit $u(y)$ mg/m^3	Erweiterte Mess-unsicherheit $U_{0,95}(y)$ mg/m^3
1	6,14	4,05	3,70	0,35	0,44	0,9
2	9,25	8,69	8,46	0,23	0,53	1,1
3	5,35	2,49	2,50	–0,01	0,44	0,9
4	6,31	4,62	3,96	0,66	0,44	0,9
5	8,07	5,68	6,65	–0,97	0,48	1,0
6	5,19	2,17	2,25	–0,08	0,44	0,9
7	5,24	2,8	2,33	0,47	0,44	0,9
8	5,55	2,56	2,80	–0,24	0,44	0,9
9	5,63	3,28	2,93	0,35	0,44	0,9
10	6,11	3,69	3,66	0,03	0,44	0,9
11	5,33	2,55	2,47	0,08	0,44	0,9
12	6,21	3,95	3,81	0,14	0,44	0,9
13	4,78	1,21	1,63	–0,42	0,45	1,0
14	4,67	1,25	1,46	–0,21	0,45	1,0
15	4,52	0,85	1,23	–0,38	0,46	1,0



Legende

x Messsignal x in Milliampere (mA)

y Messergebnis y in Milligramm pro Kubikmeter (mg/m^3)

Bild C.5 — Messwerte (◇) des Kalibrierexperiments, Kalibriergerade und 95-%-Grenzen der Unsicherheit

C.7 Vergleich einer Passivprobenahme von Stickstoffdioxid mit einem Referenzverfahren

Dieses Beispiel zeigt die Auswertung von Eingangsdaten, die durch Vergleich der Passivprobenahme von Stickstoffdioxid mit einem automatischen Verfahren unter Feldbedingungen ermittelt wurden. Die Datenaufbereitung erfolgte mit Hilfe der in Anhang B.7 beschriebenen Berechnungsmethode A5 Fall 2.

Die verwendete Berechnungsmethode und die ermittelten Ergebnisse sind in Tabelle C.12 dargestellt. Tabelle C.13 zeigt die Eingangsdaten und die ermittelten Unsicherheitsparameter.

Die Untersuchung lieferte die folgenden Ergebnisse. Die Standardunsicherheit der mit einem einzelnen Passivsammler im Bereich von 30 µg/m^3 bis 80 µg/m^3 gewonnenen 4-Wochen-Mittelwerte y von Stickstoffdioxid beträgt $u(y)$ = 3,5 µg/m^3. Die erweiterte Messunsicherheit der 4-Wochen-Mittelwerte y von Stickstoffdioxid beträgt für ein Vertrauensniveau von 95 % $U_{0,95}(y)$ = 7,2 µg/m^3. Ein Bias u_B = 2,2 µg/m^3 ist in diesen Unsicherheitsparametern enthalten.

Bild C.6 zeigt die ausgewerteten Eingangsdaten und die resultierenden 95-%-Grenzen der Unsicherheit um die Referenzwerte. Einer der N = 31 Datenpunkte liegt außerhalb der ermittelten 95-%-Grenzen der Unsicherheit. Der Anteil der beobachteten Datenpunkte innerhalb des Unsicherheitsbereiches [$y_R - U_{0,95}(y)$; $y_R + U_{0,95}(y)$] beträgt demzufolge 97 %.

Tabelle C.12 — Arbeitsschritte und Ergebnisse

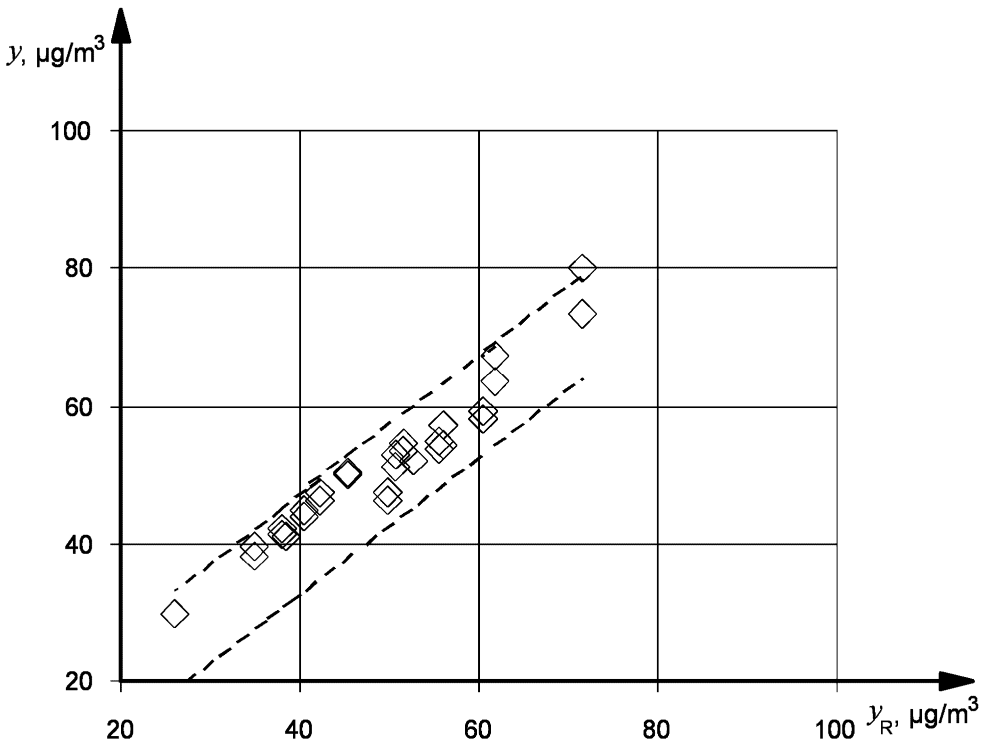
Schritt	Element	Anweisung	Ergebnis
1	**Problembeschreibung**		
	Messverfahren	Probenahme von Stickstoffdioxid mit einem einzelnen Passivsammler; Desorption mittels Saltzman-Reagens; analytische Bestimmung durch Photometrie.	Referenz: SOP
	Kontrollbedingungen	Kalibrierung des Photometers	Referenz: SOP
	Umgebungsbedingungen	Änderungen der Umgebungstemperatur und der Feuchte bei den Anwendungen im Feld.	
	Untersuchte Größe	Messergebnis .... 28-Tage-Mittelwert der Stickstoffdioxidkonzentration am festgelegten Probenahmeort in der Außenluft.	y
	Analysenfunktion	Wird beim direkten Ansatz nicht benötigt.	–
	Geforderte Unsicherheitsparameter	Standardunsicherheit .... Erweiterte 95-%-Unsicherheit	$u(y)$ $U_{0,95}(y)$
	Experiment	Typ A5 Fall 2 mit einem direkten Ansatz: Vergleichsmessungen mit Passivprobenahme und einem automatischen Messverfahren für Stickstoffdioxid in der Außenluft.	–
	Eingangsdaten	Reihen von Beobachtungen $y(j)$ mit j = 1 bis N = 31, die durch Passivprobenahme gewonnen wurden.	Siehe Tabelle C.13.
	Referenzwerte	Reihen von 28-Tage-Mittelwerten $y_R(j)$ mit j = 1 bis N = 31, die mit einer automatischen Messeinrichtung gewonnen wurden. Diese Daten werden nicht zur Korrektion der Messeinrichtung verwendet.	Siehe Tabelle C.13.
	Zusatzinformationen	Standardunsicherheit des Referenzverfahrens $u(y_R)$ .... Standardunsicherheit $u(y)$ .... Die Unsicherheit des Referenzverfahrens wird auf null gesetzt, um einen konservativen Schätzwert für $u(y)$ zu erhalten.	0 µg/m^3 konstant
	Repräsentativität	Es wurde dieselbe Standardarbeitsanweisung verwendet, wie in der vorgesehenen Anwendung; die Umgebungsbedingungen entsprechen den Änderungen, die bei der vorgesehenen Anwendung des Messverfahrens zu erwarten sind; die Kontrollbedingungen waren mit denen der vorgesehenen Anwendung des Messverfahrens identisch; alle Teile des Messverfahrens wurden in die Prüfung einbezogen.	–
	Nicht betrachtete Einflüsse	Es wird angenommen, dass die wichtigsten Einflüsse durch die Eingangsdaten berücksichtigt werden.	–

Tabelle C.12 *(fortgesetzt)*

Schritt	Element	Anweisung	Ergebnis
2	**Datenaufbereitung**		
	Modellgleichung	$y(j) = y_\mathrm{R}(j) + e_y(j)$ mit der Abweichung $e_y(j) = y(j) - y_\mathrm{R}(j)$	–
	Varianzgleichung	$\mathrm{var}(y) = u^2(y_\mathrm{R}) + u^2(e_y) + 2 \cdot \mathrm{cov}(y_\mathrm{R}, e_y)$	–
	Kovarianz	$\mathrm{cov}(y_\mathrm{R}, e_y) = -u^2(y_\mathrm{R})$	0 µg/m³
	Reststandard-abweichung	$u(e_y) = \sqrt{\frac{1}{N}\sum_{j=1}^{N}\left(y(j) - y_\mathrm{R}(j)\right)^2}$	3,5 µg/m³
	Bias	$u_\mathrm{B}(y) = \frac{1}{N}\sum_{j=1}^{N}\left(y(j) - y_\mathrm{R}(j)\right)$	2,2 µg/m³
3	**Ergebnisse der Unsicherheitsanalyse**		
	Standardunsicherheit von y	$u(y) = \sqrt{\frac{1}{N}\sum_{j=1}^{N}\left(y(j) - y_\mathrm{R}(j)\right)^2 - u^2(y_\mathrm{R})}$	3,5 µg/m³
	Anzahl der Freiheitsgrade	$\nu = N$ .... da $u_\mathrm{B}^2(y) < 0{,}5 \cdot u^2(y)$	31
	Erweiterungsfaktor	$k_{0,95}$	2,0
	Erweiterte Messunsi-cherheit von y	$U_{0,95}(y) = k_{0,95} \cdot u(y)$	7,2 µg/m³
	Anwendungsbereich	$\min(y) \le y \le \max(y)$	30 µg/m³ $\le y \le$ 80 µg/m³

Tabelle C.13 — Eingangsdaten

Index j	Passivprobenahme y µg/m³	Referenzverfahren y_R µg/m³
1	53,5	51,5
2	54,8	51,5
3	67,3	61,7
4	63,5	61,7
5	42,2	38,1
6	41,3	38,1
7	50,4	45,4
8	50,0	45,4
9	73,3	71,5
10	80,2	71,5
11	39,5	34,9
12	38,1	34,9
13	44,9	40,5
14	43,9	40,5
15	46,4	42,3
16	47,3	42,3
17	41,1	38,4
18	41,1	38,4
19	52,1	52,6
20	57,4	55,9
21	54,4	55,9
22	52,9	50,6
23	51,3	50,6
24	53,8	55,6
25	54,9	55,6
26	58,0	60,5
27	59,3	60,5
28	47,5	49,8
29	46,4	49,8
30	29,9	26,1
31	29,7	26,1



Legende

y 4-Wochen-Mittelwert in Mikrogramm pro Kubikmeter (µg/m^3)

y_R Referenzwert in Mikrogramm pro Kubikmeter (µg/m^3)

Bild C.6 — Eingangsdaten (◇) und 95-%-Grenzen der Unsicherheit um die Referenzwerte

C.8 Doppelbestimmungen von Quecksilber in den Emissionen einer stationären Quelle mit einem manuellen Messverfahren

Dieses Beispiel zeigt die Unsicherheitsermittlung durch Auswertung von Eingangsdaten, die durch Doppelbestimmungen mit einem manuellen Messverfahren für Quecksilber (Hg) in den Emissionen von stationären Quellen gewonnen wurden. Es wurde angenommen, dass die untersuchten Messeinrichtungen keinen Bias aufweisen. Die statistische Datenaufbereitung erfolgte nach der in Anhang B.8 beschriebenen Berechnungsmethode A6.

Die durchgeführten Arbeitsschritte und die ermittelten Ergebnisse sind in Tabelle C.14 dargestellt. Tabelle C.15 zeigt die ausgewerteten Eingangsdaten.

Die Untersuchung lieferte die folgenden Ergebnisse. Die Standardunsicherheit der mit dem untersuchten Messverfahren ermittelten Messergebnisse y im Bereich 5,9 µg/m$^3 \leq y \leq$ 40,7 µg/m^3 beträgt $u(y)$ = 1,4 µg/m^3. Die erweiterte 95-%-Messunsicherheit der mit dem untersuchten Messverfahren ermittelten Messergebnisse y im Bereich 5,9 µg/m$^3 \leq y \leq$ 40,7 µg/m^3 beträgt $U_{0,95}(y)$ = 2,9 µg/m^3.

Tabelle C.14 — Arbeitsschritte und Ergebnisse

Schritt	Element	Anweisung	Ergebnis
1	**Problembeschreibung**		
	Messverfahren	Manuelles Referenzmessverfahren für Quecksilber in den Emissionen stationärer Quellen	–
	Kontrollbedingungen	Wie im Referenzverfahren festgelegt	–
	Umgebungsbedingungen	Wie im Referenzverfahren festgelegt	–
	Untersuchte Größe	Messergebnis .... Halbstundenwert der Hg-Konzentration im Abgas	y
	Geforderte Unsicherheitsparameter	Standardunsicherheit von y .... Erweiterte 95-%-Unsicherheit von y	$u(y)$ $U_{0,95}(y)$
	Eingangsdaten	Reihen von Beobachtungen $y(1, j)$ und $y(2, j)$ mit j = 1 bis N, die durch Doppelbestimmungen mit zwei identischen und voneinander unabhängigen Messeinrichtungen gewonnen wurden.	Siehe Tabelle C.15.
	Referenzwerte	Mittelwerte $y_{R}(j) = \left(y(1, j) + y(2, j)\right)/2$	Siehe Tabelle C.15.
	Zusatzinformationen	Standardunsicherheit $u(y)$ .... Standardunsicherheit der unbasierten Referenzwerte $u(y_{R}) = u(y)/\sqrt{2}$	konstant
	Repräsentativität	Die untersuchten Eingangsdaten werden als repräsentativ für die Anwendung des betrachteten Messverfahrens an zwei Typen von Anlagen angesehen.	–
2	**Datenaufbereitung**		
	Modellgleichung	$y(1, j) = y_{R}(j) + e(1, j)$ mit der Abweichung $e(1, j) = \left(y(1, j) - y(2, j)\right)/2$	–
	Varianzgleichung	$\mathrm{var}\left(y(1, j)\right) = \mathrm{var}\left(y(1, j)\right)/2 + \frac{1}{4 \cdot N} \sum_{j=1}^{N} \left(y(1, j) - y(2, j)\right)^2$ $\mathrm{var}\left(y(2, j)\right) = \mathrm{var}\left(y(1, j)\right)$	–
	Kovarianz	$\mathrm{cov}\left(y_{R}(j), e(k, j)\right)$	0
	Bias	$u_{B}(y) = \frac{1}{N} \sum_{j=1}^{N} \left(y(1, j) - y(2, j)\right)$	–0,01 µg/m³
3	**Ergebnisse der Unsicherheitsanalyse**		
	Standardunsicherheit von y	$u(y) = \sqrt{\frac{1}{2 \cdot N} \sum_{j=1}^{N} \left(y(1, j) - y(2, j)\right)^2}$	1,4 µg/m³
	Anzahl der Freiheitsgrade	$\nu = N$ .... da $u_{B}(y) \le 0{,}5 \cdot u(y)$	20

Tabelle C.14 *(fortgesetzt)*

Schritt	Element	Anweisung	Ergebnis
	Erweiterungsfaktor	$k_{0,95}$	2,1
	Erweiterte Messunsicherheit von y	$U_{0,95}(y) = k_{0,95} \cdot u(y)$	3,0 µg/m³
	Anwendungsbereich	$\min(y) \leq y \leq \max(y)$	5,9 µg/m³ $\leq y \leq$ 40,7 µg/m³

Tabelle C.15 — Eingangsdaten

Index j	Erste Messeinrichtung $y(1, j)$ µg/m³	Zweite Messeinrichtung $y(2, j)$ µg/m³
1	35,7	34,7
2	34,7	37,3
3	38,1	38,3
4	34,8	38,1
5	40,7	33,9
6	39,2	39,8
7	37,5	40,1
8	30,0	31,7
9	8,4	9,5
10	7,8	6,9
11	7,3	7,6
12	5,9	6,6
13	6,8	6,8
14	8,0	7,6
15	9,2	8,7
16	14,6	14,8
17	13,1	11,0
18	10,2	9,4
19	6,9	6,7
20	6,9	6,7

C.9 Ringversuchsvergleich eines Messverfahrens für Kohlenstoffmonoxid in der Außenluft

Dieses Beispiel zeigt die Unsicherheitsermittlung durch Auswertung eines Satzes von Eingangsdaten, die im Rahmen eines Ringversuchsvergleichs mit sechs automatischen Messeinrichtungen für Kohlenstoffmonoxid in der Außenluft gewonnen wurden. Es wurde angenommen, dass die untersuchten Messeinrichtungen keinen gemeinsamen Bias aufweisen. Die statistische Datenaufbereitung erfolgte nach der in Anhang B.9 beschriebenen Berechnungsmethode A7.

Die verwendete Berechnungsmethode und die ermittelten Ergebnisse sind in Tabelle C.16 dargestellt. Tabelle C.17 zeigt die ausgewerteten Eingangsdaten.

Die Untersuchung lieferte die folgenden Ergebnisse. Die Standardunsicherheit der ausgewerteten Messergebnisse y beträgt $u(y)$ = 0,034 mg/m³. Die erweiterte 95-%-Unsicherheit der Messergebnisse y beträgt $U_{0,95}(y)$ = 0,11 mg/m³.

Die ermittelten Unsicherheitsparameter gelten für Stundenmittelwerte y von Kohlenstoffmonoxid um 2,3 mg/m³, die durch Anwendung einer einzelnen Messeinrichtung des untersuchten Typs gewonnen werden.

Tabelle C.16 — Arbeitsschritte und Ergebnisse

Schritt	Element	Anweisung	Ergebnis
1	**Problembeschreibung**		
	Messverfahren	Automatisches Messverfahren für Kohlenstoffmonoxid in der Außenluft unter Verwendung der IR-Absorption.	–
	Kontrollbedingungen	Kalibrierung mit (zertifizierten) Prüfgasen für Kohlenstoffmonoxid. Aufgabe von Null- und Spangas alle 25 h beim Routineeinsatz.	–
	Umgebungsbedingungen	Änderungen der Temperatur, des Drucks, der Feuchte und der Windgeschwindigkeit am Messort (im Freien).	–
	Untersuchte Größe	Messergebnis .... 1-h-Mittelwert der Kohlenstoffmonoxidkonzentration in der Außenluft an einem bestimmten Ort im Freien.	y
	Geforderte Unsicherheitsparameter	Standardunsicherheit für ein Niveau von y = 2,4 mg/m³ der Kohlenstoffmonoxidkonzentration in der Außenluft .... Erweiterte 95-%-Unsicherheit für ein Niveau von y = 2,4 mg/m³ der Kohlenstoffmonoxidkonzentration in der Außenluft	$u(y)$ $U_{0,95}(y)$
	Experiment	Typ A7: ein unbekanntes Prüfgas mit einer festen Kohlenstoffmonoxidkonzentration wird fünfmal (N = 5) von K = 4 Laboratorien mit jeweils einer einzelnen Messeinrichtung desselben Typs beobachtet.	–
	Eingangsdaten	Reihen von Beobachtungen $y(k, m)$ mit j = 1 bis N = 5 und k = 1 bis K = 4.	Siehe Tabelle C.17.
	Referenzwert	$\overline{\overline{y}} = \frac{1}{K \cdot N} \sum_{k=1}^{K} \sum_{j=1}^{N} y(k, j)$	2,34 mg/m³
	Zusatzinformationen	Der Referenzwert $\overline{\overline{y}}$ wird als unbasierter Schätzwert des wahren Wertes der Messgröße angesehen.	–

Tabelle C.16 *(fortgesetzt)*

Schritt	Element	Anweisung	Ergebnis
	Repräsentativität	Die bereitgestellten Reihen von Beobachtungen repräsentieren die Streuungen zwischen den Laboratorien, die an dem Ringversuch teilnahmen. Die verwendeten Messeinrichtungen wurden vor dem Ringversuch voneinander unabhängig kalibriert.	–
	Nicht betrachtete Einflüsse	Einflüsse auf Grund von Änderungen der Umgebungsbedingungen wurden wahrscheinlich nicht vollständig berücksichtigt.	–
2	**Datenaufbereitung**		
	Modellgleichung	$y(k,j) = \overline{\overline{y}} + a(k) + e(k,j)$ mit Restabweichung $e(k,j) = y(k,j) - \overline{y(k)}$ Laborbias $a(k) = \overline{y(k)} - \overline{\overline{y}}$ Labormittelwert $\overline{y(k)} = \frac{1}{N}\sum_{j=1}^{N} y(k,j)$	–
	Varianzgleichung	$\text{var}(y) = u^2(\overline{\overline{y}}) + u^2(a) + u^2(e)$	–
	Kovarianzen	$\text{cov}(\overline{\overline{y}}, e) = \text{cov}(a,e) = \text{cov}(\overline{\overline{y}}, a)$	0
	Wiederholstandardabweichung	$u(e) = s_\text{r}(y) = \sqrt{\frac{1}{K}\sum_{k=1}^{K} s^2(k)}$	0,01 mg/m³
	Laborstandardabweichung	$s(k) = \sqrt{\frac{1}{N-1}\sum_{j=1}^{N}\left(y(k,j) - \overline{y(k)}\right)^2}$	–
	Streuung zwischen den Laboratorien	$u(a) = \sqrt{\frac{1}{K}\sum_{k=1}^{K}\left(\overline{y(k)} - \overline{\overline{y}}\right)^2}$	0,028 mg/m³
	Standardunsicherheit des Referenzwertes	$u(\overline{\overline{y}}) = \sqrt{\frac{1}{K}u^2(a)}$	0,014 mg/m³
3	**Ergebnisse der Unsicherheitsanalyse**		
	Standardunsicherheit von y	$u(y) = \sqrt{\frac{1}{K-1}\sum_{k=1}^{K}\left(\overline{y(k)} - \overline{\overline{y}}\right)^2 + s_\text{r}^2(y)}$	0,034 mg/m³
	Anzahl der Freiheitsgrade	$\nu \cong K - 1$ .... da $u(y) \cong u(a)$	3
	Erweiterungsfaktor	$k_{0,95}$	3,2
	Erweiterte Messunsicherheit von y	$U_{0,95}(y) = k_{0,95} \cdot u(y)$	0,11 mg/m³
	Anwendungsbereich	$\min(y) \leq y \leq \max(y)$	2,3 mg/m³ $\leq y \leq$ 2,4 mg/m³

Tabelle C.17 — Eingangsdaten

j	$y(1, j)$ mg/m³	$y(2, j)$ mg/m³	$y(3, j)$ mg/m³	$y(4, j)$ mg/m³
1	2,39	2,29	2,34	2,34
2	2,38	2,29	2,34	2,33
3	2,39	2,32	2,34	2,32
4	2,38	2,32	2,34	2,33
5	2,38	2,32	2,33	2,32

C.10 Feldvalidierung eines Messverfahrens für Blei in der Außenluft

Dieses Beispiel zeigt die Unsicherheitsermittlung durch Auswertung eines Satzes von Eingangsdaten, die durch Vergleichsmessungen mit acht Messeinrichtungen desselben Typs unter Feldbedingungen gewonnen wurden. Es wurde angenommen, dass die untersuchten Messeinrichtungen keinen gemeinsamen Bias aufweisen. Jedes beteiligte Laboratorium bediente zwei der acht Messeinrichtungen. Die statistische Datenaufbereitung erfolgte nach der in Anhang B.10 beschriebenen Berechnungsmethode A8.

Die Arbeitsschritte und die ermittelten Ergebnisse sind in Tabelle C.18 dargestellt. Tabelle C.19 zeigt die ausgewerteten Eingangsdaten.

Die Untersuchung lieferte die folgenden Ergebnisse. Die Standardunsicherheit der mit einer Messeinrichtung des untersuchten Typs ermittelten Messergebnisse y im Bereich von 8 ng/m³ bis 43 ng/m³ beträgt $u(y)$ = 2,3 ng/m³. Die erweiterte 95-%-Messunsicherheit der mit einer Messeinrichtung des untersuchten Typs ermittelten Messergebnisse y im Bereich von 8 ng/m³ bis 43 ng/m³ beträgt $U_{0,95}(y)$ = 4,5 ng/m³.

Bild C.7 zeigt eine grafische Darstellung der ermittelten 95-%-Grenzen der Unsicherheit um die Referenzwerte $y_R(j)$.

Die 95-%-Grenzen der Unsicherheit $[y_R - U_{0,95}(y); y_R + U_{0,95}(y)]$ enthalten p = 97,5 % der untersuchten 159 Messergebnisse $y(k, j)$. Demzufolge ist die erweiterte Messunsicherheit $U_{0,95}(y)$ = 4,5 ng/m³ gut geeignet, einen Vertrauensbereich $[y_R - U_{0,95}(y); y_R + U_{0,95}(y)]$ für den wahren Wert der Messgröße zu bilden.

Die ermittelten Unsicherheitsparameter gelten für 24-h-Mittelwerte der Bleikonzentration im Schwebstaub (PM_{10}) im Bereich von 8 ng/m³ bis 43 ng/m³, die durch Anwendung einer einzelnen Messeinrichtung des untersuchten Typs gewonnen werden.

Tabelle C.18 — Arbeitsschritte und Ergebnisse

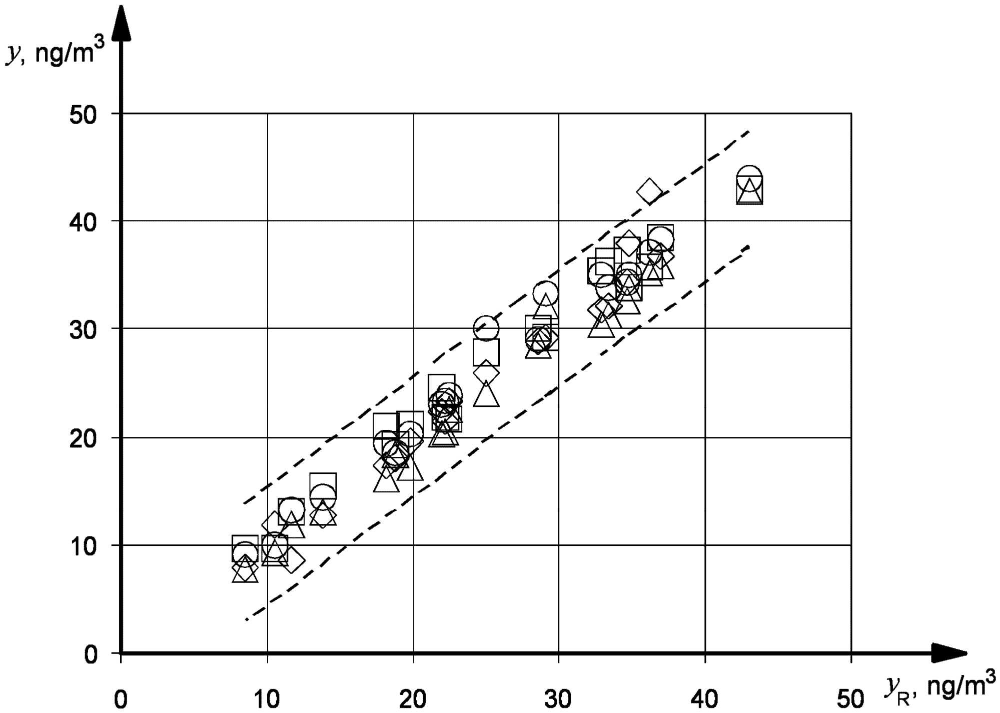
Schritt	Element	Anweisung	Ergebnis
1	**Problembeschreibung**		
	Messverfahren	Kleinfiltergerät mit Abscheidung des Schwebstaubes PM_{10} auf einem Filtermaterial; Aufschluss der Metalle mittels Mikrowellentechnik; analytische Bestimmung von Blei mittels AAS.	–
	Kontrollbedingungen	Kalibrierung der analytischen Einheit mittels Massennormalen; Driftkontrolle der analytischen Einheit über Leerproben.	–
	Umgebungsbedingungen	Änderungen der Umgebungstemperatur und der Feuchte bei Validierung.	–
	Untersuchte Größe y	Messergebnis .... 24-h-Mittelwert der Bleikonzentration im Schwebstaub (PM_{10}) in der Außenluft an einem festen Probenahmeort.	y
	Analysenfunktion	Wird beim direkten Ansatz nicht benötigt.	–
	Geforderte Unsicherheitsparameter	Standardunsicherheit von Blei im Schwebstaub (PM_{10}) im Bereich 8 ng/m^3 < y < 43 ng/m^3 ...... Erweiterte Messunsicherheit von Blei im Schwebstaub (PM_{10}) im Bereich 8 ng/m^3 < y < 43 ng/m^3	$u(y)$ $U_{0,95}(y)$
	Experiment	Typ A8 mit einem direkten Ansatz: Mit K = 8 identischen Messeinrichtungen für Blei in der Außenluft wurden in N = 20 Versuchen Vergleichsmessungen durchgeführt. Jedes beteiligte Laboratorium bediente zwei der acht Messeinrichtungen.	–
	Eingangsdaten	Reihen von Beobachtungen $y(k, j)$ mit k = 1 bis K = 8 und j = 1 bis N = 20	Siehe Tabelle C.19.
	Referenzwerte	$y_R(j) = \frac{1}{K}\sum_{k=1}^{K} y(k, j)$ für den Versuch j	Siehe Tabelle C.19.
	Repräsentativität	Der Satz von Eingasdaten beschreibt die Anwendung des festgelegten Messverfahrens in 4 Laboratorien für die Zeitdauer des Feldtests.	–
	Nicht betrachtete Einflüsse	Es wird angenommen, dass Einflüsse, die nicht in den Eingangsdaten enthalten sind, von geringer Bedeutung sind (im Rahmen dieses Beispiels).	–
	Zusatzinformationen	Die Referenzwerte $y_R(j)$ werden als unbasierte Schätzwerte des wahren Wertes für jeden Versuch j = 1 bis N = 20 angesehen. $U(y)$ = konstant	–

Tabelle C.18 *(fortgesetzt)*

Schritt	Element	Anweisung	Ergebnis
2	**Datenaufbereitung**		
	Modellgleichung	$y(k,j) = y_\mathrm{R}(j) + e(k,j)$ mit der Restabweichung $e(k,j) = y(k,j) - y_\mathrm{R}(j)$	–
	Varianzgleichung	$\mathrm{var}(y) = \frac{1}{N}\sum_{j=1}^{N} s^2(j)$	–
	Standardabweichung von y im Versuch j	$s(j) = \sqrt{\frac{1}{K-1}\sum_{k=1}^{K}\left(y(k,j) - y_\mathrm{R}(j)\right)^2}$	–
	Kovarianz	$\mathrm{cov}\left(y_\mathrm{R}(j), e(k,j)\right)$	0
	Gerätebias	$a(k) = \overline{y_k} - \overline{\overline{y}}$ mit $\overline{y_k} = \frac{1}{N}\sum_{j=1}^{N} y(k,j)$ und $\overline{\overline{y}} = \sum_{k=1}^{K}\overline{y_k}$	–
	Bias	$u_\mathrm{B}(y) = \sqrt{\frac{1}{K}\sum_{k=1}^{K} a^2(k)}$	1,2 ng/m^3
3	**Ergebnisse der Unsicherheitsanalyse**		
	Standardunsicherheit von y	$u(y) = \sqrt{\frac{1}{N}\sum_{j=1}^{N} s^2(j)}$	2,3 ng/m^3
	Anzahl der Freiheitsgrade	$\nu \cong N\,(K-1)$ .... da in grober Näherung $u_\mathrm{B}(y) \cong 0{,}5 \cdot u(y)$	140
	Erweiterungsfaktor	$k_{0,95}$	2,0
	Erweiterte Messunsicherheit von y	$U_{0,95}(y) = k_{0,95} \cdot u(y)$	4,5 ng/m^3
	Anwendungsbereich	$\min(y) \le y \le \max(y)$	8 ng/m^3 < y < 43 ng/m^3

Tabelle C.19 — Eingangsdaten

Versuch	Labor 1		Labor 2		Labor 3		Labor 4	
j	$y(1, j)$ ng/m³	$y(2, j)$ ng/m³	$y(3, j)$ ng/m³	$y(4, j)$ ng/m³	$y(5, j)$ ng/m³	$y(6, j)$ ng/m³	$y(7, j)$ ng/m³	$y(8, j)$ ng/m³
1	22,6	24,9	14,8	29,6	30,1	27,9	24,0	26,0
2	18,4	16,2	24,9	26,1	23,0	24,5	20,3	22,4
3	17,7	17,4	21,8	23,7	20,3	21,1	17,2	19,6
4	33,2	29,8	33,2	34,1	35,1	35,4	30,4	31,8
5	31,6	32,3	34,4	34,7	33,8	36,3	31,3	32,1
6	35,8	33,9	38,4	37,7	38,3	38,5	35,9	36,8
7	18,3	17,5	20,5	19,7	18,5	19,3	18,3	18,0
8	8,3	7,6	8,7	8,6	9,1	9,7	7,8	7,9
9	11,8	12,4	12,7	9,5	13,3	13,0	11,9	8,6
10	9,7	11,4	10,0	12,1	10,0	9,6	9,3	11,9
11	13,6	13,7	13,7	13,5	14,5	15,5	13,1	12,7
12	19,9	13,6	19,4	18,8	19,5	20,9	16,1	17,4
13	23,4	19,7	24,5	23,2	23,4	21,9	20,4	21,4
14	21,3	19,0	24,5	24,0	23,8	21,6	22,5	23,3
15	26,8	24,6	29,3	27,8	33,3	29,2	32,1	29,2
16	33,2	–	35,5	33,8	35,1	33,9	33,9	37,9
17	41,9	43,9	42,9	42,6	44,0	43,0	42,7	–
18	26,4	26,1	30,3	29,5	29,1	30,0	28,6	28,8
19	32,8	31,8	37,1	36,8	37,1	35,7	35,3	42,7
20	28,9	38,9	35,1	35,3	34,4	37,3	32,6	34,3



Legende

y Messergebnis in Nanogramm pro Kubikmeter (ng/m^3)

y_R Referenzwert in Nanogramm pro Kubikmeter (ng/m^3)

○ $y(5, j)$

□ $y(6, j)$

△ $y(7, j)$

◇ $y(8, j)$

Bild C.7 — Teil der Eingangsdaten und 95-%-Grenzen der Unsicherheit um den Referenzwert

Literaturhinweise

[1] *International Vocabulary of basic and general terms in metrology (VIM), BIPM, IEC, IFCC, ISO, IUPAC, IUPAP, OIML*

[2] ISO 11222:2002, *Air quality – Determination of the uncertainty of the time average of air quality measurements*

[3] ISO 3534-1:2006, *Statistics – Vocabulary and symbols – Part 1: General statistical terms and terms used in probability*

[4] NIST Technical Note 1297, 1994 Edition, Guidelines for Evaluating and Expressing the Uncertainty of NIST Measurement Results, Clause 6.1, National Institute of Standards and Technology, Gaithersburg, MD 20899-0001

[5] ISO 5725-2:1994, *Accuracy (trueness and precision) of measurement methods and results – Part 2: Basic methods for the determination of repeatability and reproducibility of a standard measurement method*

[6] ISO 5725-3:1994, *Accuracy (trueness and precision) of measurement methods and results – Part 3: Intermediate measures of the precision of a standard measurement method*; *ISO 5725-3:1994/Cor 1:2001*

[7] ISO 5725-4:1994, *Accuracy (trueness and precision) of measurement methods and results – Part 4: Basic methods for the determination of the trueness of a standard measurement method*

[8] ISO 5725-5:1998, *Accuracy (trueness and precision) of measurement methods and results – Part 5: Alternative method for the determination of the precision of a standard measurement method*

[9] ISO/TS 21748:2004, *Guidance for the use of repeatability, reproducibility and trueness estimates in measurement uncertainty estimation*

[10] CONOVER, W.J. *Practical Nonparametric Statistics*, John Wiley and Sons, 1980

[11] DRAPER, N.R. and SMITH, H. *Applied Regression Analysis*, John Wiley and Sons, 1981

[12] ISO 16107:1999, *Workplace atmospheres – Protocol for evaluating the performance of diffusive samplers*

[13] *NIOSH Manual of Analytical Methods (NMAM)*, Fourth Edition, Method 1501, National Institute for Occupational Safety and Health, DHHS (NIOSH) Publication 94-113, Schlecht, P.C. and O'Connor, P.F. Eds., 1994–2005

[14] *OSHA Sampling and Analytical Methods Manual*, 2nd edn., Method #111, U.S. Occupational Safety and Health Administration, 1999–2005

Wichtige Informationen für Norm-Anwender

Normen sind Regeln,
die im Dialog und Konsens aller Betroffenen und Interessierten entwickelt werden. Sie legen Anforderungen an Produkte, Dienstleistungen, Systeme und Qualifikationen fest und definieren, wie die Einhaltung dieser Anforderungen überprüft wird.
Von ihrem Wesen her sind Normen Empfehlungen. Ihre Anwendung ist somit freiwillig, aber naheliegend, da Normen den aktuellen Stand der Technik dokumentieren, das was in einem bestimmten Fachgebiet „Standard" ist. Dafür bürgen das hohe Fachwissen und die Erfahrung der Experten und Expertinnen in den zuständigen Komitees auf nationaler, europäischer und internationaler Ebene – sowie die Kompetenz des Österreichischen Normungsinstituts und seiner Komitee-Manager.

Aktualität des Normenwerks.
Analog zur technischen und wirtschaftlichen Weiterentwicklung unterliegen Normen einem kontinuierlichen Wandel. Sie werden vom zuständigen ON-Komitee laufend auf Aktualität überprüft und bei Bedarf überarbeitet und dem aktuellen Stand der Technik angepasst. Für den Anwender von Normen ist es daher wichtig, immer Zugriff auf die neuesten Ausgaben der Normen seines Fachgebiets zu haben, um sicherzustellen, dass seine Produkte und Produktionsverfahren bzw. Dienstleistungen den Markterfordernissen entsprechen.

Wissen um Veränderungen.
Das Österreichische Normungsinstitut bietet Norm-Anwendern zahlreiche und auf ihre Bedürfnisse zugeschnittene Angebote, die dafür sorgen, dass Norm-Anwender zuverlässig über die neusten Versionen von Normen verfügen und über Änderungen – Neuausgaben und/oder Zurückziehungen – informiert werden. Das reicht von klassischen Fachgebiets-Abonnements bis hin zu innovativen kundenspezifischen Online-Lösungen.

Informationen über Angebote und Dienstleistungen des ON bei

ON Sales & Service
ON Österreichisches Normungsinstitut
Austrian Standards Institute
Heinestraße 38, 1020 Wien
E-Mail: sales@on-norm.at
Internet: www.on-norm.at/shop
Fax: (+43 1) 213 00-818
Tel.: (+43 1) 213 00-805

Normen & Regelwerke aus dem Ausland.
Über ON Sales & Service können auch Normen und Regelwerke aus allen Ländern der Welt bezogen werden – ein besonders wichtiger Service für die exportorientierte Wirtschaft.

Normkonformität.
Um die Einhaltung von Normen objektiv nachweisen zu können, bietet das ON die Möglichkeit der Zertifizierung von Produkten, Dienstleistungen, Systemen und Personen auf Normkonformität. Nähere Informationen dazu bei ON CERT
www.on-norm.at/zertifizierung

Österreichisches Normungsinstitut
Austrian Standards Institute
Member of CEN and ISO
www.on-norm.at
ISO 9001:2000
zertifiziert | certified by SQS